

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x-3|)^2 + (|y-4|)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. Ответ $(3; 1) (1; 3) (-2-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2})$
 $(-2+\sqrt{2}; -2-\sqrt{2})$
 Метод Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3(a+b) & 12 \\ 4b & b(a+b) \end{vmatrix} = 3b(a+b)^2 - 48b = 3 \cdot b \cdot (a+b+4)(a+b-4)$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} a & 12 \\ 1 & b(a+b) \end{vmatrix} = ab(a+b) - 12$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3(a+b) & a \\ 4b & 1 \end{vmatrix} = 3(a+b) - 4ab$$

Чтобы система имела бесконечно много решений,
нужно, чтобы $\Delta x = \Delta y = \Delta = 0$, $\Delta = 0$, только в трех
случаях:

1) $b = 0 \Rightarrow \Delta = 0$
но $\Delta x \neq 0$

2) $a+b=4 \Rightarrow \Delta = 0$

$$\begin{cases} \Delta x = 4ab - 12 = 0 \\ \Delta y = 12 - 4ab = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{при } ab = 3, \Delta x = \Delta y = 0$$

$$a+b=4$$

$$ab=3$$

$$(3; 1) (1; 3)$$

3) $a+b=-4 \Rightarrow \Delta = 0$

$$\begin{cases} \Delta x = -12 - 4ab = 0 \\ \Delta y = -12 - 4ab = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{при } ab = -3, \Delta x = \Delta y = 0$$

$$a+b=-4$$

$$ab=-3$$

$$\begin{cases} a = -2 + \sqrt{2} \\ b = -2 - \sqrt{2} \end{cases} \begin{cases} a = -2 - \sqrt{2} \\ b = -2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

№5

1) Рассмотрим число 1400 на простые множители

$$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$$

а) отсюда : кол-во чисел $= \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{1} =$
 $= 40 \cdot 42$

б) $1400 = 4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

кол-во чисел равно: $\frac{8!}{2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{1} = 560 \cdot 7$

в) $1400 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

кол-во чисел $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 42 \cdot 20$

Отв: а) + б) + в) $= 1680 + 3920 + 840 =$
 $= 6440$

№4.

1) Рассмотрим два случая

а) $x \geq 1$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 =$$

$$= x^2 (2x^2 - 3x + 3) + x^2 - 2x + 1 =$$

$$= x^2 \left(\begin{matrix} >0 \\ 2x^2 - 3x + 3 \end{matrix} \right) + \begin{matrix} \geq 0 \\ (x-1)^2 \end{matrix} \geq 0 \text{ всегда}$$

$\Delta = 9 - 24 < 0$

б) $x < 1$

~~$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = x^2 (2x^2 + 3x - 2x - 2) + 1 = x^2 (2x^2 + x - 2) + 1$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

8) $x < 1$

$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = x^2(2x^2 + 3x - 2) - 2x + 1 =$

$= x^2 \cdot 2(x+2)(x-\frac{1}{2}) - 2x + 1 = x^2 \cdot (x+2)(2x-1) - (2x-1) =$

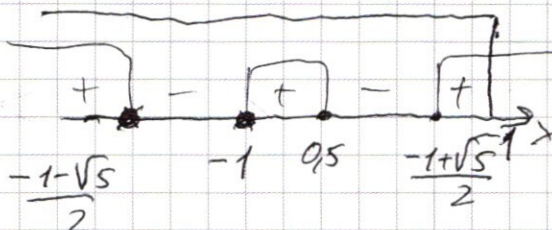
$= (2x-1)(x^3 + 2x^2 - 1) = (2x-1)(x+1)(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}) \geq 0$

	1	2	0.5	-1
$x = -1$	1	1	-1	0

$x^2 + x - 1$

$D = 1 + 4 = 5$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$



$x < 1$ (по условию задачи)

$(1 > \frac{-1+\sqrt{5}}{2})$

Отв: $(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0.5] \cup [\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \infty)$

N3.

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$$

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3)(\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0$$

1) $x = -3$, но $-3^3 + 3 + 10 < 0 \Rightarrow$ решения невозможны
(подкорневое должно быть ≥ 0)

$$2) \sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6=0$$

	1	-1	-5	6
$x=2$	1	1	-3	0

$$x^3 - 2 + 10 \geq 0$$

$$(x+2)(x^2+x-3)=0$$

$$x^2+x-3=0$$

$$D = 1+12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ Подставим в подкорневое выражение}$$

и проверим больше ли оно 0 или равно.

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 10 &= -\frac{1+13\sqrt{13}+3\sqrt{13}+39}{8} - \frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 10 \\ &= \frac{-40+4+80-16\sqrt{13}+4\sqrt{13}}{8} = \frac{44-12\sqrt{13}}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11.4 \sqrt{3} &\approx 4 \cdot \sqrt{13} \\ 121 &> 117 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Корень подходит

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

d) проверим корень $-\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

$$\left(-\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1+\sqrt{13}}{2} + 10 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{-1+13\sqrt{13}+3\sqrt{13}-39}{8} - \frac{-1+\sqrt{13}}{2} + 10 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{16\sqrt{13} - 40 + 4 - 4\sqrt{13} + 80}{8} \stackrel{!}{=} 0$$

$$12\sqrt{13} + 44 \stackrel{!}{>} 0, \Rightarrow \text{корень подходит}$$

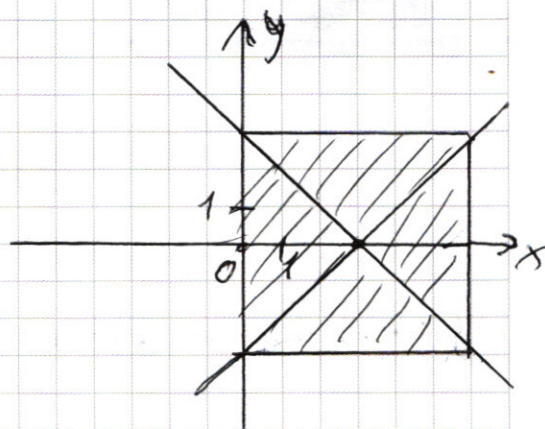
$$\text{Отв: } 2; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

N7

Решим графически:

1) построим график уравнения

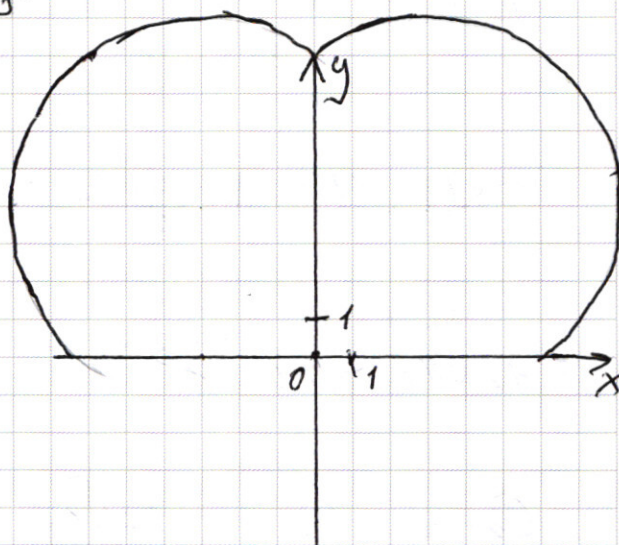
$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$



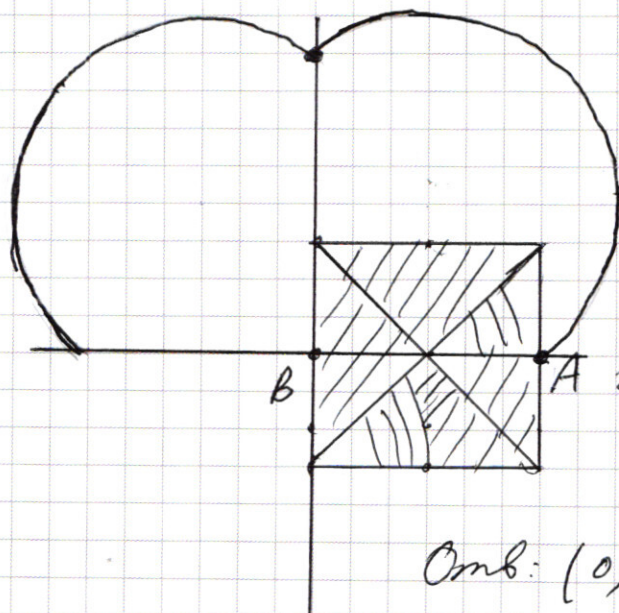
▨ - корни уравнения

2) график $(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25$

При этом точка $(0; 0)$
является решением



3) соединим графики



По графику видно,
это точки A, B -
единственные
общие точки

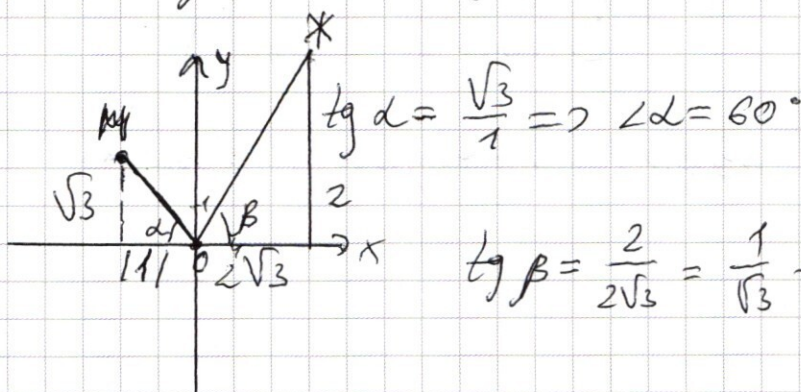
Отв: $(0; 0); (6; 0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Самое короткое расстояние будет тогда, когда в какой-то момент они будут лежать на одной прямой $y = kx$

1) рассчитаем углы между векторами и осями графика через тангенс.



2) Рассчитаем радиусы каждой окружности.

$$R_M = \sqrt{1+3} = 2$$

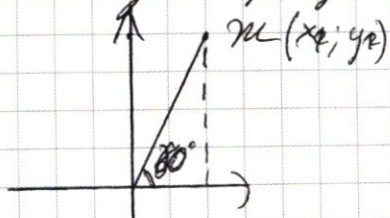
$$R_m = \sqrt{4+12} = 4$$

$$v_M = v_m$$

$$\left. \begin{array}{l} R_M = 2 \\ R_m = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow v_M = 2v_m, \text{ где } v - \text{угловая скорость}$$

3) Если муравей идет $\odot$, а муха $\odot$, то $\Rightarrow$ их первое самое короткое расстояние будет

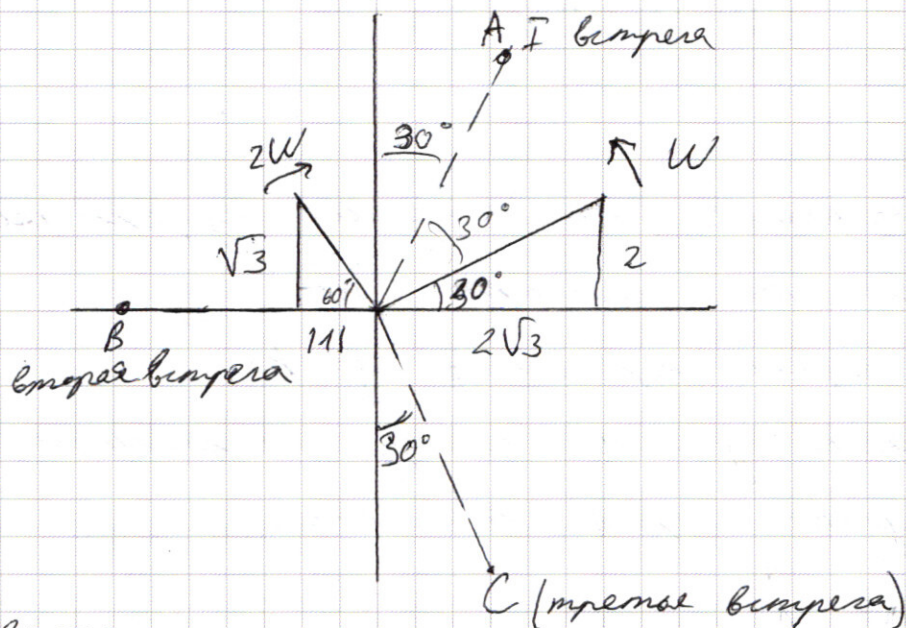
когда муха пройдет $30^\circ \Rightarrow$ муравей пройдет 60°



$$\begin{cases} y_1 = \sqrt{3}x_1 \\ x_1^2 + y_1^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Координаты первой встречи.

Второе вращение произойдет после того как
шар пройдет 120° , а муравей 240°



Ответ:

Все враща будут проходить в трех
точках A, B, C

$$A(2; 2\sqrt{3})$$

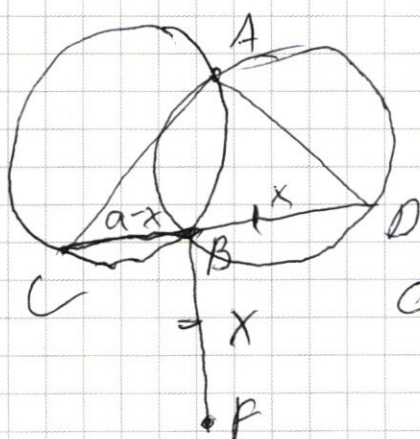
$$B(-4; 0)$$

$$C(-2; -2\sqrt{3})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

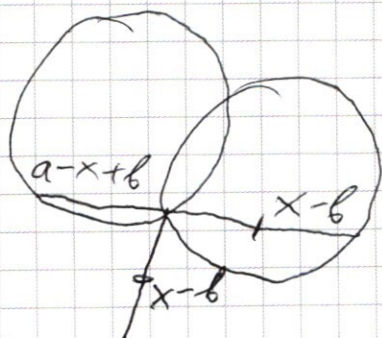
Докажите неизменность длины CF



$$CD = a - \text{const}$$

$$CF^2 = a^2 + x^2 - 2ax + x^2 = a^2 + 2x^2 - 2ax$$

Пусть CD увеличится и CD увеличится на величину b



$$CF^2 = (a-x+b)^2 + (x-b)^2 =$$

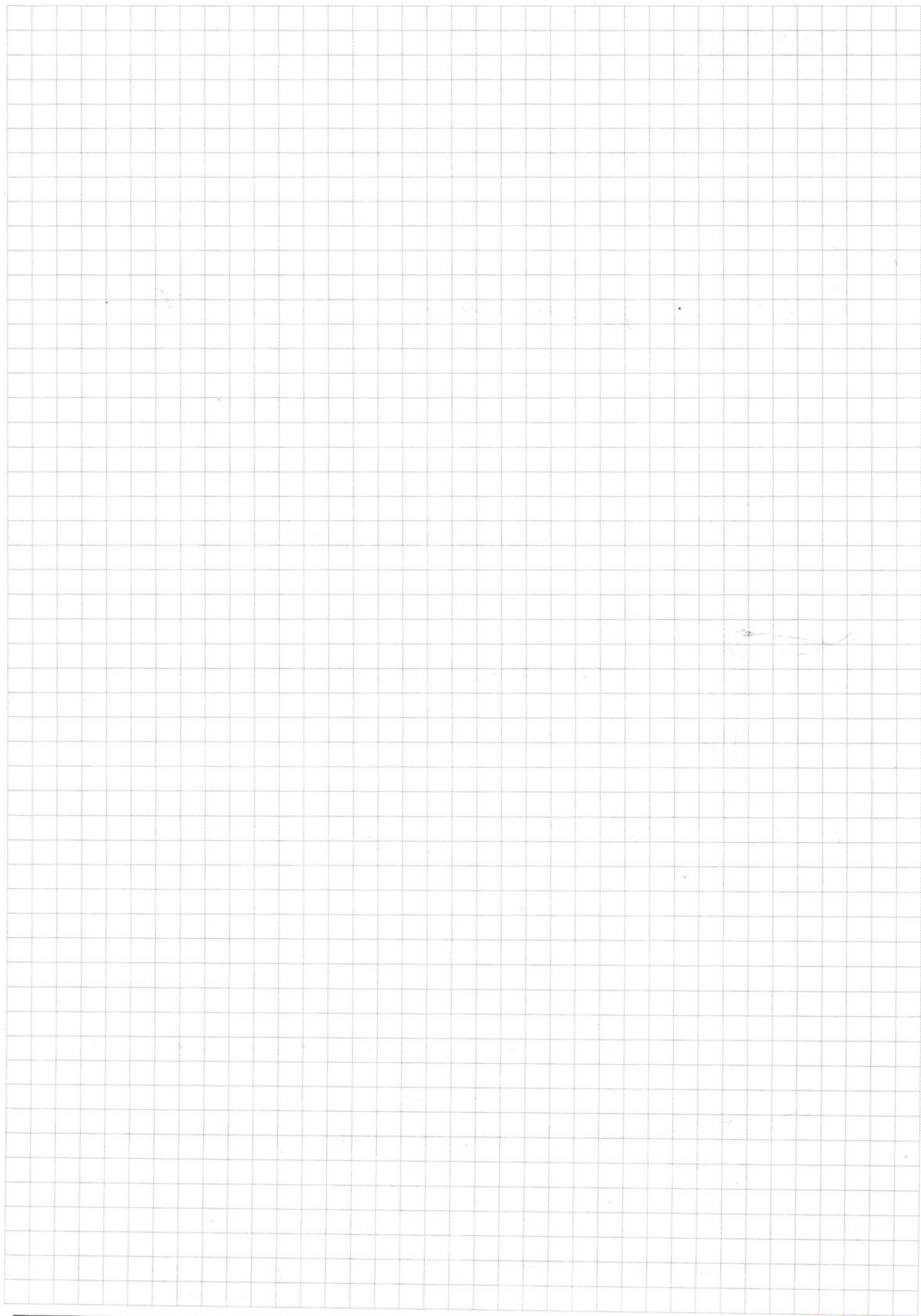
$$= a^2 + x^2 + b^2 + 2ab - 2xb - 2ax +$$

$$+ x^2 + b^2 - 2xb =$$

$$= \underbrace{a^2 + x^2 - 2ax}_{CF^2} + 2b^2 - 4xb + 2ab$$

Разберем: $2b^2 - 4xb + 2ab = 2b \cdot (b - 2x + a) =$

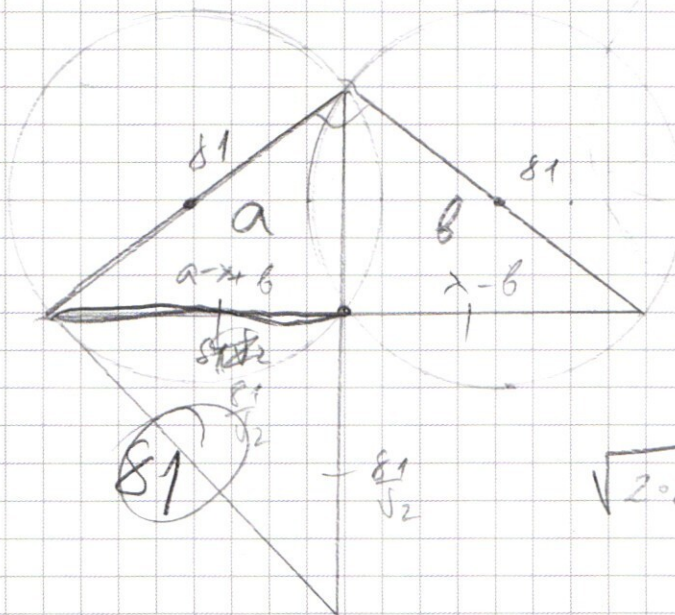
$$= 2b \cdot (2a - 4x + 2b) = 0 \Rightarrow CF = a^2 + x^2 - 2ax \Rightarrow CF \text{ не изменяется}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$a^2 + b^2$$

$$(a+x)^2 + (x-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ax - 2bx$$

$$\sqrt{2 \cdot 81^2} = 81\sqrt{2}$$

$$\frac{81}{\sqrt{2}}$$

$$2ax - 2bx$$

$$2c(a-b)$$

$$\sqrt{\frac{81^2}{2} + \frac{81^2}{2}} = 81$$

$$CF^2 = (a-x)^2 + x^2 = a^2 + x^2 - 2ax$$

$$2b^2 - 2bx + 2ab = 0$$

$$CF^2 = (a-x+b)^2 + (x-b)^2 =$$

$$= a^2 + x^2 + b^2 + 2ax - 2bx + 2ab + x^2 + b^2 - 2xb =$$

$$= a^2 + 2x^2 + 2b^2 - 2ax - 2bx + 2ab$$

$$2b^2 - 2bx + 2ab = 2b(b-x+a)$$

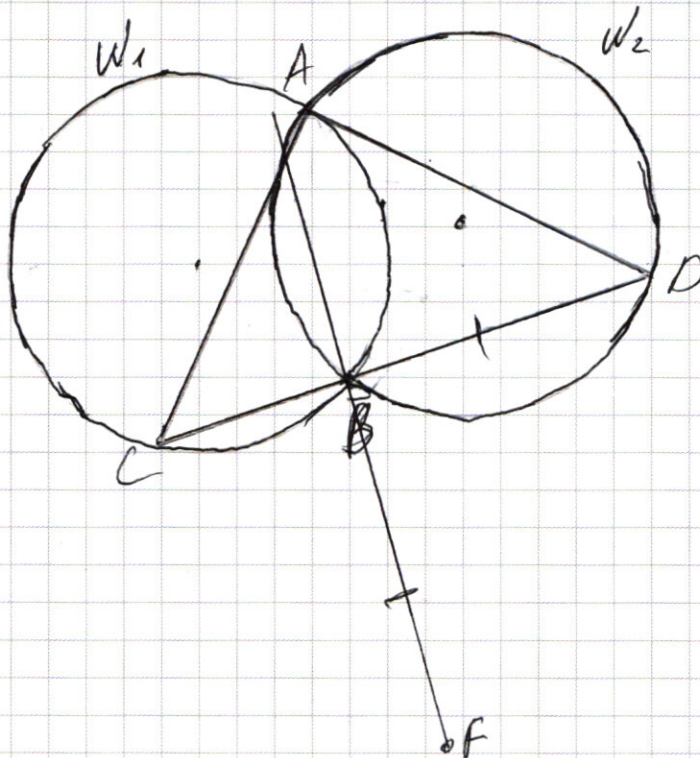
$$+ 2b^2$$

*

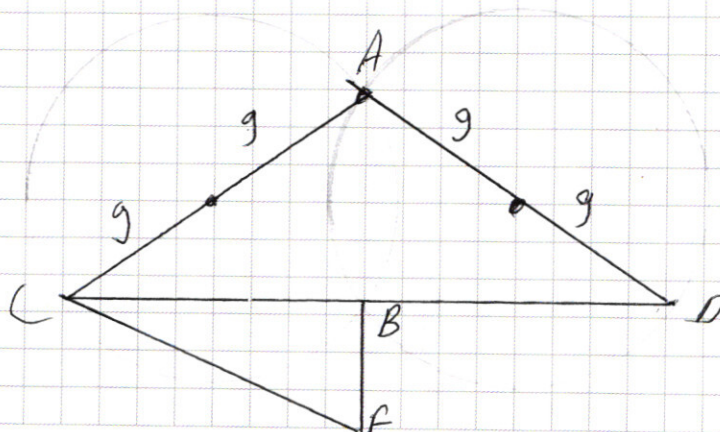
$$- 2bx + 2ab = - 2b(x+a)$$

№6.

Нарисуем общий чертёж задачи.



К данной задаче существует не один чертёж, т.к. отрезок CD может перемещаться по своей длине так, чтобы выполнялось условие задачи (точка C по окружности W_1 , точка D по W_2), при этом отрезок CF не будет менять своей длины. Поэтому мы можем рассмотреть частный случай.



$$CD = 18\sqrt{2}$$

$$CB = BD = \frac{18}{\sqrt{2}}$$

$$CF = 18$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) (x+3) \sqrt{x^3-x+10} = x^{2+5+6}$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$(x+3) (\sqrt{x^3-x+10} - (x+2)) = 0$$

$$x^3-x+10 \geq 0$$

$$x = -3$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$x^3-x+10 = x^2+4x+4$$

$$x^3-x^2-5x+6 = 0$$

$$8-4-10+6$$

	1	-1	-5	6
$x = -2$	1	1	-3	0

$$x^2+x-3 = 0$$

$$D = 1+12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x^3-x+10 \geq 0$$

	1	-1	10
--	---	----	----

$$D = 9+16 = 25$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

$$-2 \quad 1$$

$$2x^4+3x^3-2x^2-2x+1$$

$$x^2(2x^2+3x-2) - 2x+1 \geq 0$$

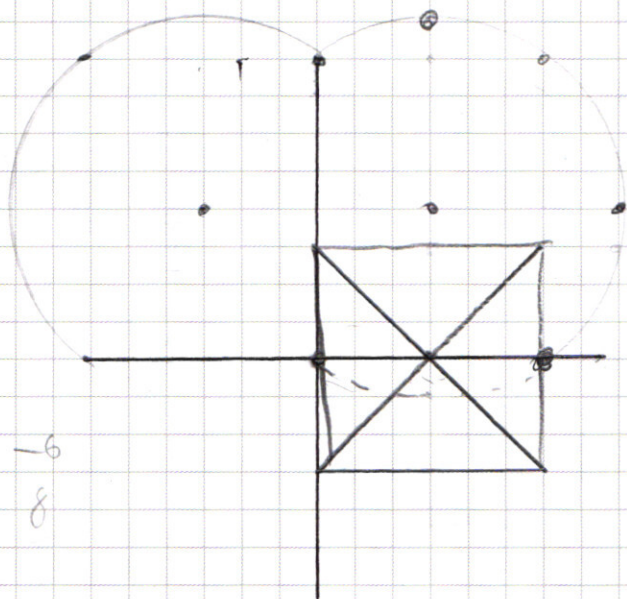
$$(2x-1)(x^2(x+2)-1) \geq 0$$

$$x^2 \cdot 2 \cdot (x+2) \cdot (x-\frac{1}{2}) - (2x+1)$$

$$\sqrt{5} \approx 2.2$$

$$(1x1-3)^2 + (1y1-4)^2 = 25$$

16 9



$$x=7$$

$$(0; 0) (5; 0)$$

$$3 \rightarrow 1$$

$$\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \leq 1$$

$$\sqrt{5} \leq 2+1$$

$$\sqrt{5} \leq 3$$

$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 4) - 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 9$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 3) + x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 24$$

$$x \leq 1$$

$$x^2 + 3x^2 = x^2$$

$$2x^4 + 3x^5 - 2x^2 - 2x + 1$$

$$x^2(2x^2 + 3x + 3) + x^2 - 2x + 1$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2.

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)y = 1 \end{cases}$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} a & 12 \\ 1 & b(a+b) \end{vmatrix} = ab(a+b) - 12$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3(a+b) & 12 \\ 4b & (a+b)b \end{vmatrix} = 3b(a+b)^2 - 48b = 3b((a+b)^2 - 16) = 3b(a+b-4)(a+b+4)$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3(a+b) & a \\ 4b & 1 \end{vmatrix} = 3(a+b) - 4ab$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x}{\Delta}$$

$$3b(a+b-4)(a+b+4) = 0$$

y

1) $b=0$

2) $a+b=4$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \end{cases}$$

$$(3; 1) \quad (1; 3)$$

$$\begin{cases} 4ab = 12 \\ 12 - 4ab = 0 \end{cases}$$

$$ab=3$$

3) $a+b=-4$

$$-4ab = 12, \quad ab = -3$$

$$-12 - 4ab = 0, \quad ab = -3$$

$$a+b=-4 \quad x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$ab = -3 \quad \frac{D}{4} = 4 + 3 = 7$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{7}}{2}$$

№5

$$1400 = 14 \cdot 100 = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2. \frac{8!}{3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 =$$

$$= 120 \cdot 56 =$$

	1	-1	0
$x = -2$	1	-	

№6.

$$2,5 \cdot 3,5 \cdot 7,5$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{105}{8} = 1$$

$$-2,5$$

$$-2$$

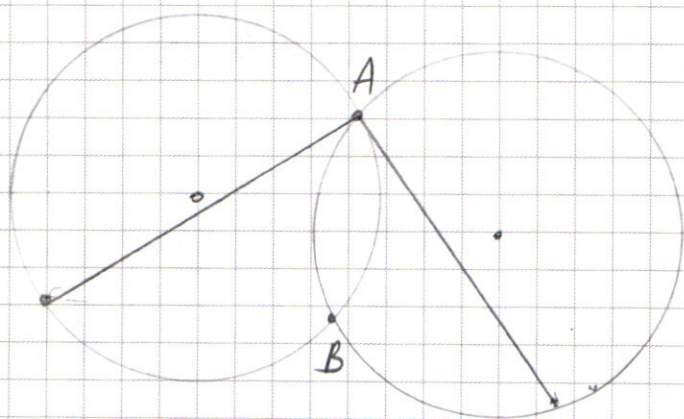
$$1,5$$

$$1$$

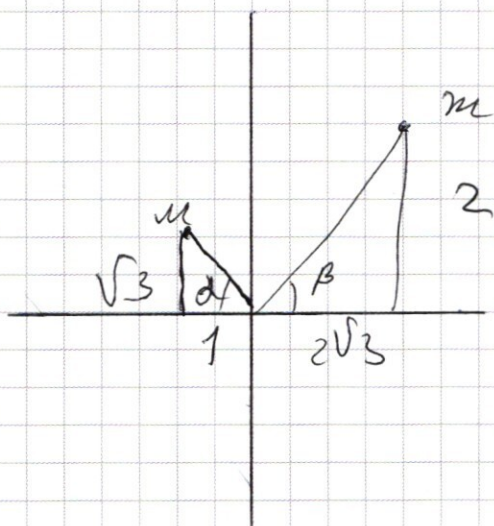
$$x^3 - x + 10 \geq 0$$

$$x(x^2 - 1) + 10 \geq 0$$

$$x(x-1)(x+1) + 10 \geq 0$$



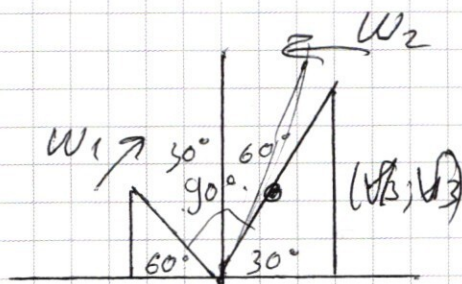
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v = wR$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



$$wR = v$$

$$w = \frac{v}{R}$$

$$y_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} x_2 \quad \sqrt{3} y_2 = x_2$$

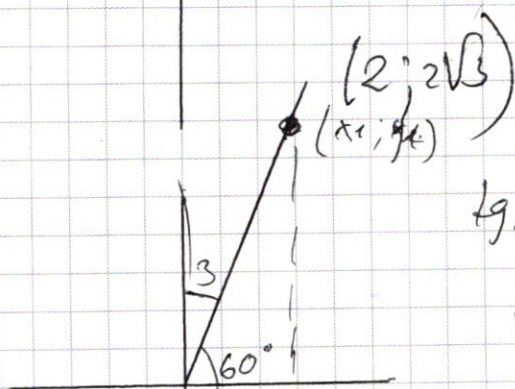
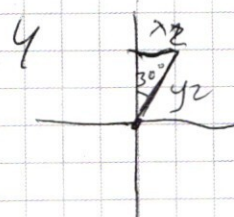
$$x_2^2 + y_2^2 = 4$$

$$y_2 = 1$$

$$\frac{x_2}{y_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y_2 = x_2 \sqrt{3}$$

$$x_2 = 1$$



$$w_1 =$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y_1}{x_1}$$

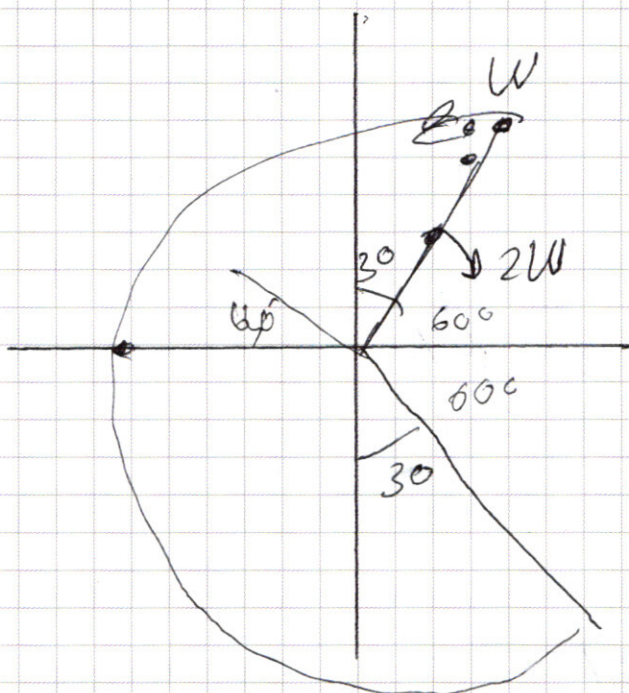
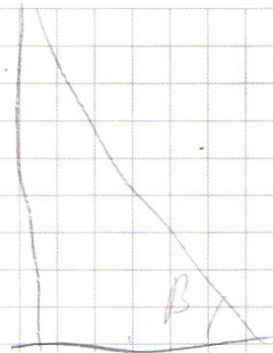
$$y_1 = \sqrt{3} x_1$$

$$y_1^2 + x_1^2 = 16$$

$$3x_1^2 + x_1^2 = 16$$

$$x_1^2 = 4 \quad x_1 = \pm 2$$

2x



$$180 + 6 =$$

$$a - x + b - (a - 3x + b)$$

$$a - (x - b)$$

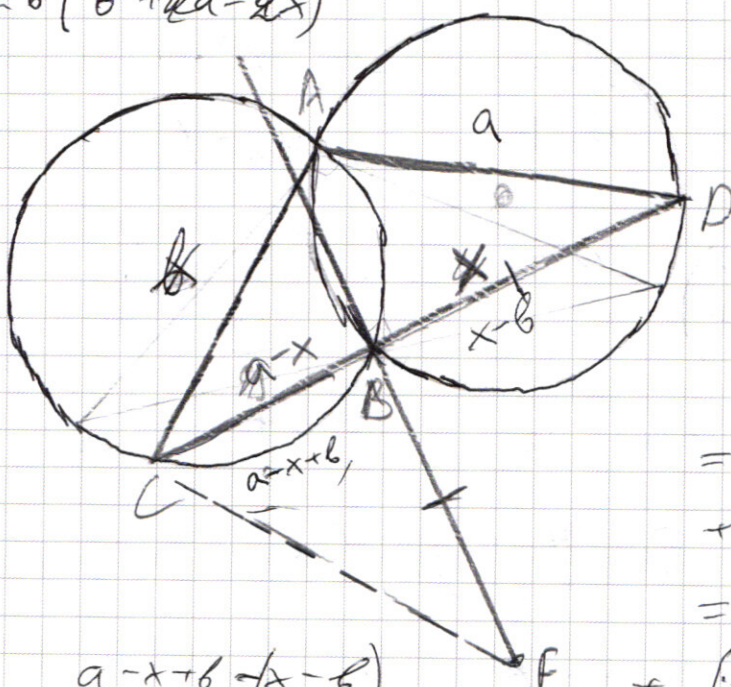
$$x - b \quad a - x + b$$

$$a^2 + x^2 + b^2 - 2ax - 2bx + 2ab + b^2 + x^2 - 2bx$$

$$2b^2 + 2ab - 4bx$$

$$2b(b + a - 2x)$$

$$b + a - 2x$$



$$CD = a$$

$$2b - 4x + 2a$$

$$a^2 + x^2 + x^2 - 2ax = a^2 + 2x^2 - 2ax$$

$$(a - x + b)^2 + (x - b)^2 =$$

$$= a^2 + x^2 + b^2 - 2ax - 2bx + 2ab + x^2 + 2xb + b^2 =$$

$$= a^2 + 2x^2 - 2ax +$$

$$+ (2b^2 - 2ab)$$

$$2b^2 - 2ab - 4xb$$

$$a - x + b - (x - b)$$

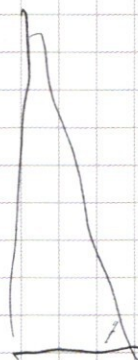
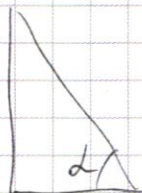
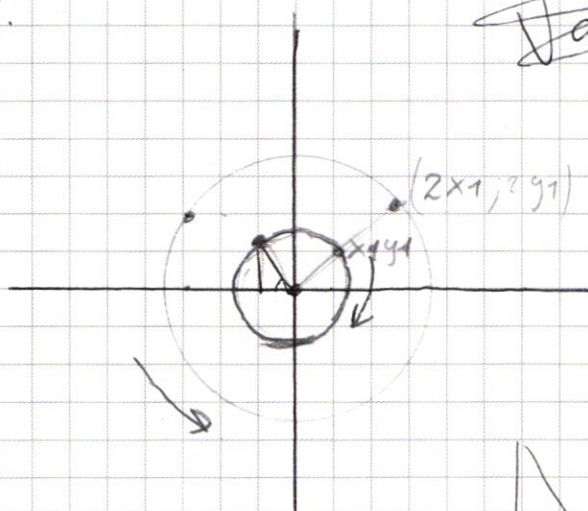
$$2b(b - a - 2b)$$

$$b - 2x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

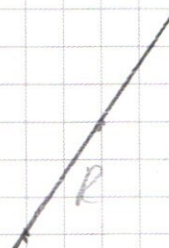
N1.

$$\sqrt{a^2 + b^2}^2$$

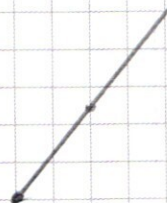
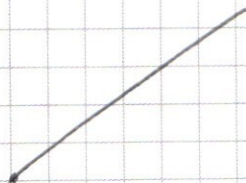


$$R_1 = \sqrt{1+3} = 2$$

$$R_2 = \sqrt{12+9} = 5$$



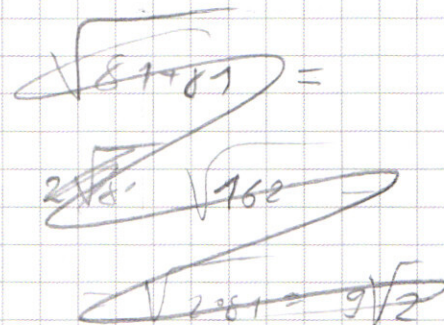
$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 35 \\ \hline 1400 \end{array}$$



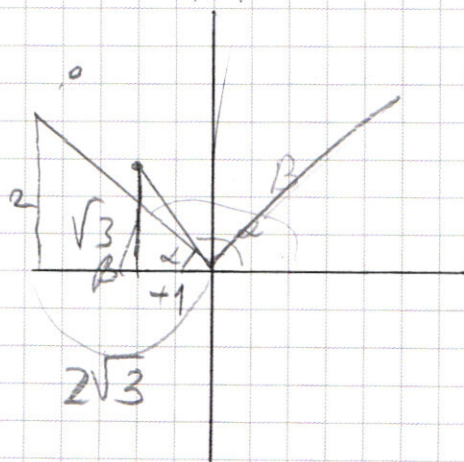
$$\frac{D}{4} \in 4+3 \geq 7$$

$$x = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 + 4x - 3$$



~~$$CF = \sqrt{x^2 + (g\sqrt{2-x})^2} = \sqrt{x^2}$$~~



$$\lg x = k$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

~~198 = 600~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

$$x^3 - x + 10 = 0$$

$$\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1+\sqrt{13}}{2} + 10$$

$$\frac{-1+13\sqrt{13}+3\sqrt{13}-39}{8} - \frac{-1+\sqrt{13}}{2} + 10$$

$$\frac{-40+16\sqrt{13}+4-4\sqrt{13}}{8} + 10$$

$$\frac{-36+12\sqrt{13}}{8} + 10$$

$$\frac{44+12\sqrt{13}}{8} > 0$$

$$44 \sqrt{12\sqrt{13}}$$

$$11 \cdot 4 \sqrt{4 \cdot 3 \sqrt{13}}$$

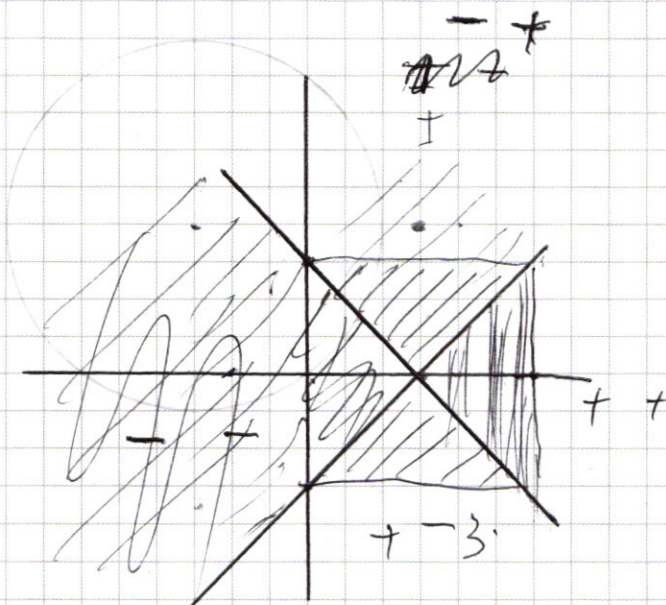
$$121 \sqrt{9 \cdot 13} \quad 121 \sqrt{117}$$

$$\frac{-40-16\sqrt{13}+4+4\sqrt{13}+80}{8}$$

$$44 - 12\sqrt{13}$$

$$\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 10$$

$$- \frac{1+13\sqrt{13}+39+3\sqrt{13}}{8} - \frac{-1-\sqrt{13}}{2} + 10 =$$



$$y = x - 3$$

$$y = 3 - x$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$$

$$3; 2$$

$$4; 4$$

$$-2; 0$$

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$3; -3$$

$$-- \quad -x+3+y - x+3-y \leq 6$$

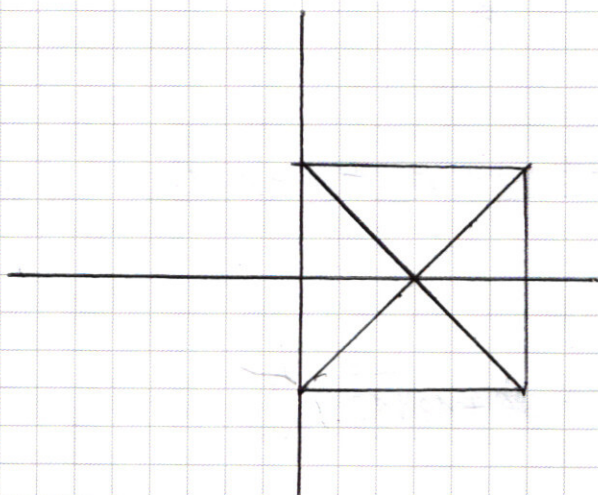
$$-2x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$-+ \quad -x+3+y + x-3+y \leq 6$$

$$2y \leq 6$$

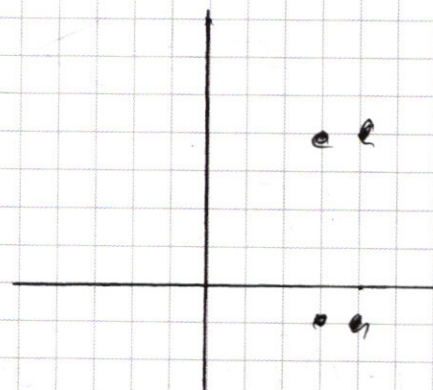
$$y \leq 3$$



$$++ \quad x-3-y + x-3+y \leq 6$$

$$2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$



$$+- \quad x-3-y - x+3+y \leq 6$$

$$-2y \leq 6$$

$$y \geq -3$$