

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a & (1) \text{ выразим } y \text{ из } (1) \\ 3bx + (a-b)by = 1 & (2) \text{ выразим } y \text{ из } (2) \text{ (проверим } a-b=0 \text{ и } b=0). \end{cases}$$

(3) $y = -\frac{(a-b)}{3}x + \frac{a}{6}$ — линейная функция $y(x)$ — график — прямая.

(4) $y = -\frac{3}{a-b}x + \frac{1}{(a-b)b}$ — линейная функция $y(x)$ — график — прямая.

Проверка $a-b=0$ и $b=0$

$a-b=0 \Rightarrow a=b$ подставим b в (1)

$$\begin{cases} 2 \cdot 0 \cdot x + 6y = a \\ 3ax + 0 \cdot ay = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = a \\ 3ax = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{6} \\ x = \frac{1}{3a} \end{cases} \quad (a \neq 0, \text{ т.к. } 3 \cdot 0 \cdot x = 1 \text{ } 0 \neq 1).$$

подставим $y = \frac{a}{6}$ и $x = \frac{1}{3a}$ в (2)

т.е. при $a=b \neq 0$ решением системы будет пара чисел $(\frac{1}{3a}; \frac{a}{6}) \Rightarrow$ при $a=b \neq 0$ система имеет бесконечно много решений.

Вернемся к (3) и (4). Это прямые (графики).

Прямые могут быть параллельными и не пересекаться, пересекаться в одной точке или совпадать. В

первом случае ~~нет~~ решений у системы нет (т.к. её решением является пара координат $(x; y)$ точек пересечения графиков). Во втором случае одно решение. В третьем бесконечно много.

По условию нас интересует 3-ий случай.

Задача 3.

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 \quad (1)$$

Разножим правую часть на множители:

$$x^2+3x-10=0$$

по 7. Виета $x_1 = -5$ $x_2 = 2$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2) \quad (2)$$

Подкоренное выражение $x^3-16x+25$ должно быть больше либо равно нулю.

Подставим $x = -5$

$$(-5)^3 - 16(-5) + 25 = -125 + 80 + 25 = -20 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow -5$ не является корнем. $\Rightarrow$ (2) можно сократить на $(x+5)$.

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2 \quad | \cdot 2$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} \geq 0 \Rightarrow 2x-4 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2.$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4 \quad |^2 \quad (\text{можно, т.к. обе части } > 0 \text{ и известно, что } x \geq 2).$$

$$x^3-16x+25 = (2x-4)^2$$

~~$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$~~

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Графики функций совпадают если их соответствующие коэффициенты равны. $\Rightarrow$ получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{(a-b)}{3} = -\frac{3}{(a-b)} & (5) \end{cases}$$

$a \neq b$ и $b \neq 0$ (см. проверку)

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{(a-b)b} & (6) \end{cases}$$

Из (5): $(a-b)^2 = 9 \Rightarrow |a-b| = 3 \Rightarrow a-b = \pm 3 \Rightarrow a = b \pm 3.$

Подставим $a = b+3$ в (6).

$$\frac{b+3}{b} = \frac{1}{(b+3-b)b} \Rightarrow \frac{b+3}{b} = \frac{1}{3b}$$

$$3b(b+3) = 6$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

при $b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} + 3 = \frac{-3 + 6 + \sqrt{17}}{2} = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$

$\Rightarrow$ пара параметров a и b $\left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}\right)$ - исконая.

при $b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$ $a = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} + 3 = \frac{-3 + 6 - \sqrt{17}}{2} = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$

$\Rightarrow$ пара параметров a и b $\left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}\right)$ - исконая.

Подставим $a = b-3$ в (6).

$$\frac{b-3}{b} = \frac{1}{(b-3-b)b} \Rightarrow \frac{b-3}{b} = \frac{1}{-3b}$$

$$-3b(b-3) = 6$$

$$b(b-3) = -2$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0 \quad \text{проверим } x=3$$

$$27 - 4 \cdot 9 + 9 = 27 - 36 + 9 = 0 \quad - \text{верно}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + 9 & x-3 \\ \underline{x^3 - 3x^2} & \\ -x^2 + 9 & \\ \underline{-x^2 + 3x} & \\ -3x + 9 & \\ \underline{-3x + 9} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow x=3 - \text{корень} \\ (3 > 2)$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0.$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Сравним полученные корни с 2. $(x \geq 2)$.

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \sqrt{2} \rightarrow 1+\sqrt{13} \sqrt{4} \rightarrow \sqrt{13} \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{13} > 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} - \text{корень. подставим в } x^3 - 16x + 25.$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3 - 16 \cdot \frac{1+\sqrt{13}}{2} + 25 = \frac{1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13}}{8} - (8 + 8\sqrt{13}) + 25 =$$

$$= \frac{40 + 16\sqrt{13}}{8} - 8 - 8\sqrt{13} + 25 = 5 + 2\sqrt{13} - 8\sqrt{13} + 17 =$$

$$= 22 - 6\sqrt{13} \sqrt{0}$$

$$22 \sqrt{6\sqrt{13}}$$

$$\frac{11}{3} \sqrt{\sqrt{13}} \uparrow^2 \text{ (обе части } > 0)$$

$$\frac{121}{9} \sqrt{13}$$

$$121 \sqrt{13 \cdot 9}$$

$$121 > 117 \Rightarrow 22 > 6\sqrt{13}$$

$$\Rightarrow 22 - 6\sqrt{13} > 0 \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} - \text{корень.}$$

$$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \sqrt{2} \rightarrow 1-\sqrt{13} \sqrt{4} \rightarrow -\sqrt{13} \sqrt{3} \rightarrow -\sqrt{13} < 0 < 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{13} < 3$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 2 \Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \text{ не является корнем.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1+\sqrt{13}}{2} \text{ и } 3.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

по т. Виета $b_1 = 2$ $b_2 = 1$

при $b = 2$ $a = 2 - 3 = -1 \Rightarrow (-1; 2)$ - искоmine

при $b = 1$ $a = 1 - 3 = -2 \Rightarrow (-2; 1)$ - искоmine

Проверка $b = 0$: подставим $b = 0$ в (1) и (2).

$$\begin{cases} 2ax + 6y = a \\ aby = 1 \end{cases}$$

$aby = 1 \Leftrightarrow 0 = 1$ - неверно $\Rightarrow$ система

не имеет решений, т.к. одно из уравнений решений не имеет
 $\Rightarrow b \neq 0$.

Ответ: $(a; a)$, где $a \neq 0$;

$$\left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2}; -\frac{3 + \sqrt{7}}{2} \right),$$

$$\left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2}; -\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right),$$

$$(-1; 2) \text{ и } (-2; 1).$$

Задача 5

Разложим 7000 на множители (простые):

$$7000 = 10^3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7.$$

Всего 7 простых делителей $\Rightarrow$ есть хотя бы одна 1 (деление на единицу не имеет произведения)

Количество все возможных перестановочностей из цифр 2, 2, 2, 5, 5, 5, 7, 1 равно $8!$. Но так мы посчитали и перестановки одинаковых цифр $\Rightarrow$ нужно разделить на $(3! \cdot 3!)$ (т.к. 3 двойки и 3 пятёрки, а $3!$ — это количество их перестановок).

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 36}{36} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 20 \cdot 56 = 1120.$$

Мы посчитали все случаи, когда все цифры восьмизначного числа (кроме 1) являются простыми делителями 7000. Но возможно, что в одной цифре восьмизначного числа содержится сразу 2 простых делителя 7000. Такие числа это 4 и 8 (2^2 и 2^3 , остальные произведения делителей (простых) 7000 являются двухзначными или трех- или четырехзначными $\Rightarrow$ не могут быть цифрами числа).

Тогда 8 восьмизначное число может состоять из чисел цифр 1, 1, 2, 4, 5, 5, 5, 7.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Посчитаем их количество (также как в прошлом раз).

$$\frac{8!}{2! \cdot 3!} = \frac{8!}{2 \cdot 6} = \frac{8!}{12} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1} = 56 \cdot 60 = 3000 + 360 = 3360.$$

2 единицы 3 нольки.

И последний случай, когда восьмизначное число состоит из цифр 1, 1, 1, 5, 5, 5, 7, 8.

Посчитаем их количество (чисел) тем же методом:

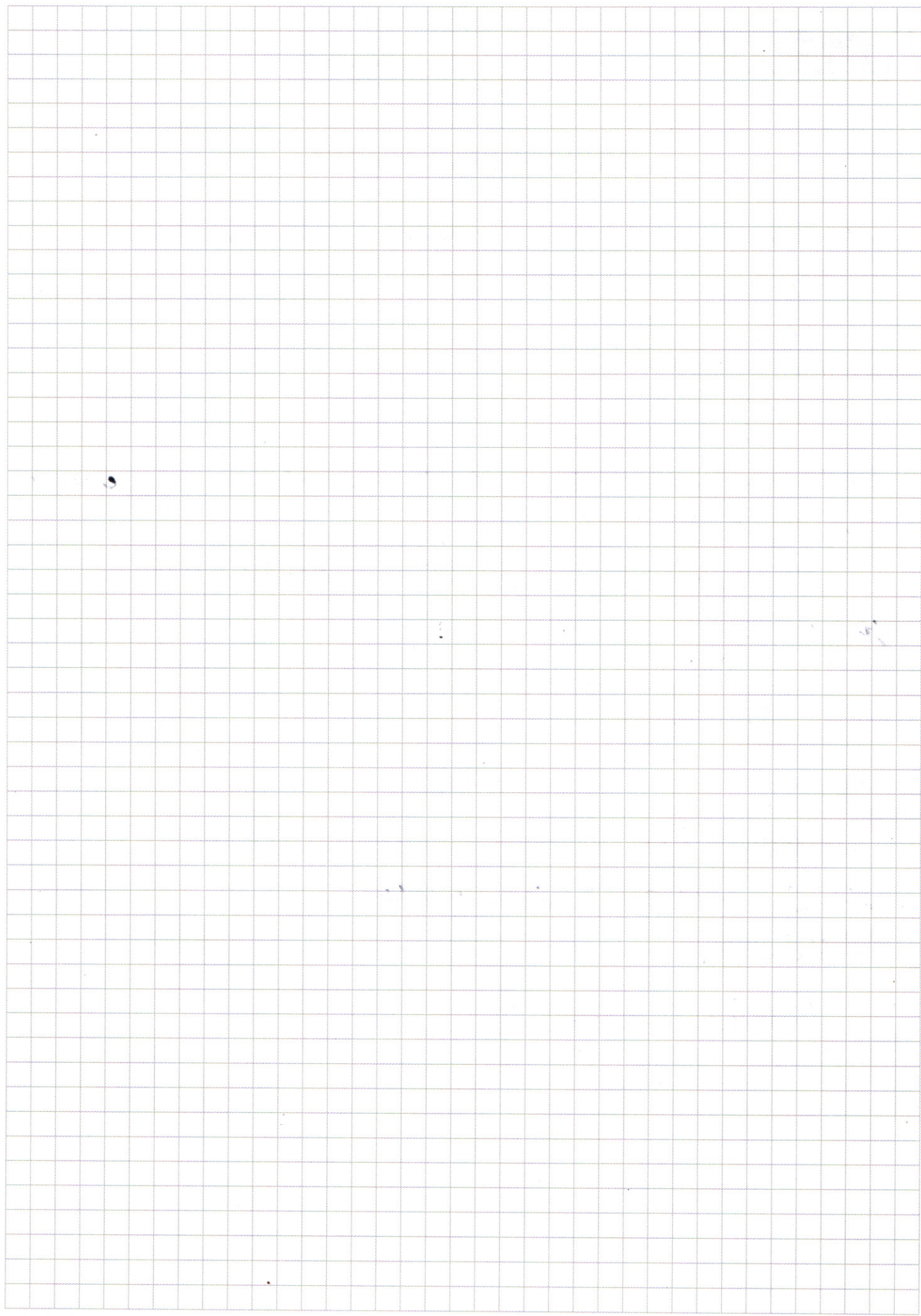
$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

3 единицы 3 нольки

Всего восьмизначных чисел:

$$1120 + 1120 + 3360 = 2240 + 3360 = 5600.$$

Ответ: 5600.



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

Раскроем модули:

$$(1) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} +$$

$$2x+10 \geq 0$$

$$x \geq -5$$

$$-5+y+5 \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$-5-y+5 \geq 0$$

$$-y \geq 0$$

$$\Rightarrow y=0$$

$\Rightarrow$ график в

области $\begin{cases} x \geq -5 \\ y=0 \end{cases}$

$$x+y+5+x-y+5 \leq 10$$

$$2x+10 \leq 10$$

$$2x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$y \in \mathbb{R}$$

точка пересечения.

$$(0;0).$$

$$(2) \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 < 0 \end{cases} +$$

$$2x+10 < 0$$

$$x < -5$$

$$-5+y+5 < 0$$

$$y < 0$$

$$-5-y+5 < 0$$

$$-y < 0 \Rightarrow y=0$$

$\Rightarrow$ график в области

$$\begin{cases} x < -5 \\ y=0 \end{cases}$$

$$-x-y-5-x+y-5 \leq 10$$

$$-2x-10 \leq 10$$

$$-2x \leq 20$$

$$x \geq 10 \quad y \in \mathbb{R}$$

множество точек графика пусто. (нет решений).

$$\textcircled{3} \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+5=0 \rightarrow x=-y-5 \\ x+y+5 > 0 \\ -y+x+5 < 0 \end{cases}$$

$$x+y+5 > x-y+5$$

$$2y > 0$$

$$y > 0$$

$$x+5 \geq 0$$

$$x \geq -5$$

$$y \geq -x-5$$

$$y \geq x+5$$

$$-y-y-5+5 < 0$$

$$-2y < 0$$

$$y > 0$$

график в области $\begin{cases} y > 0 \\ x \geq -5 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 \geq 0 \\ y < -x-5 \\ y \geq x+5 \end{cases}$$

$$x+y+5 - x+y-5 \leq 10$$

$$2y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 > 0 \\ x-y+5=0 \rightarrow y=x+5 \end{cases}$$

$$x+y+5 < x-y+5$$

$$2y < 0$$

$$y < 0$$

$$y < 0$$

$$x+5 < 0$$

$$\begin{cases} y < 0 \\ x-y+5 > 0 \end{cases}$$

$$x+5 > 2y$$

$$x+5 > 0$$

$$x > -5$$

$$x+x+5+5 < 0$$

$$2x+10 < 0$$

$$x+5 < 0$$

$$x < -5 \Rightarrow y < 0$$

$$\begin{cases} x < -5 \\ y < 0 \end{cases}$$

такая область графика находится

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 & (1) \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 & (2) \end{cases}$$

Раскроем модуль в (2.)

$$(|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169$$

$$(1) \begin{cases} x \geq 0 & y \geq 0 \end{cases}$$

$$(|x-5|)^2 + (|y-12|)^2 = 169$$

$$(2) \begin{cases} x \geq 0 & y < 0 \end{cases}$$

$$(|x-5|)^2 + (|-y-12|)^2 = 169$$

$$(3) \begin{cases} x < 0 & y \geq 0 \end{cases}$$

$$(|-x-5|)^2 + (|y-12|)^2 = 169$$

$$(4) \begin{cases} x < 0 & y < 0 \end{cases}$$

$$(|-x-5|)^2 + (|-y-12|)^2 = 169.$$

Графиком уравнения вида

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

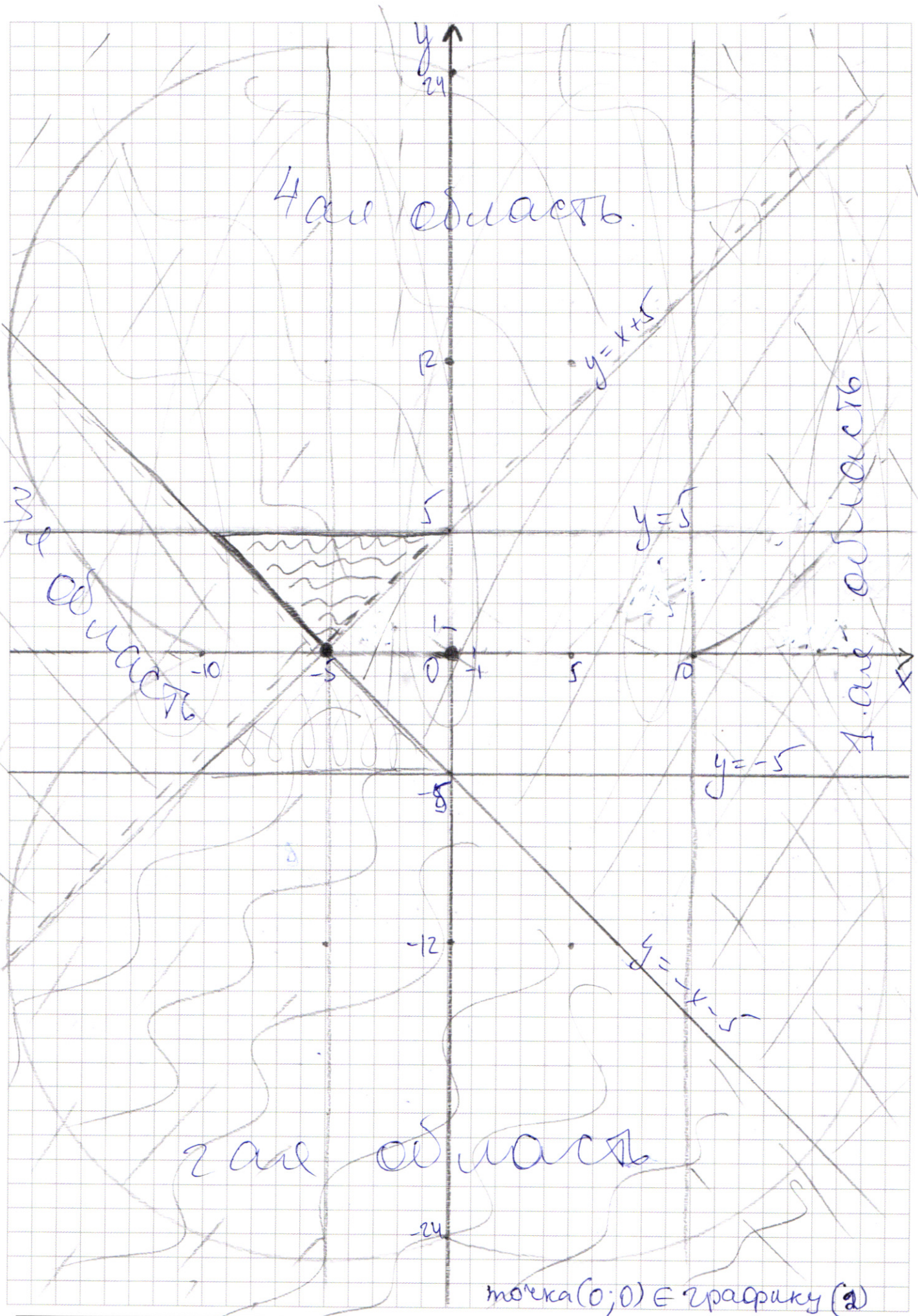
является окружность с центром в точке $(a; b)$

и радиусом R . Построим график

уравнения (2), как кусочную функцию
график (1), (2), (3), (4) (см. стр. № 9).

Построим «график» неравенства (1).

Решением системы будут координаты
точек, принадлежащих обоим графикам.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases}$$

1ая область

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x+5 \end{cases}$$

Область
нахот.
графика.

$$x+y+5 - x-y+5 \leq 0 \\ x \leq -5$$

~~(-5; 0)~~ и (0; 0)

3

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y > x+5 \end{cases}$$

4ая область

$$x+y+5 - x-y-5 \leq 10$$

$$2y \leq 10$$

$$y \leq 5$$

нет решений

2

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ y > x+5 \end{cases}$$

3я область

$$-x-y-5 - x+y-5 \leq 10$$

$$-2x \leq 20$$

$$x \geq 10$$

решений нет.

4

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ y \leq x+5 \end{cases}$$

$$-x-y-5 + x-y+5 \leq 10$$

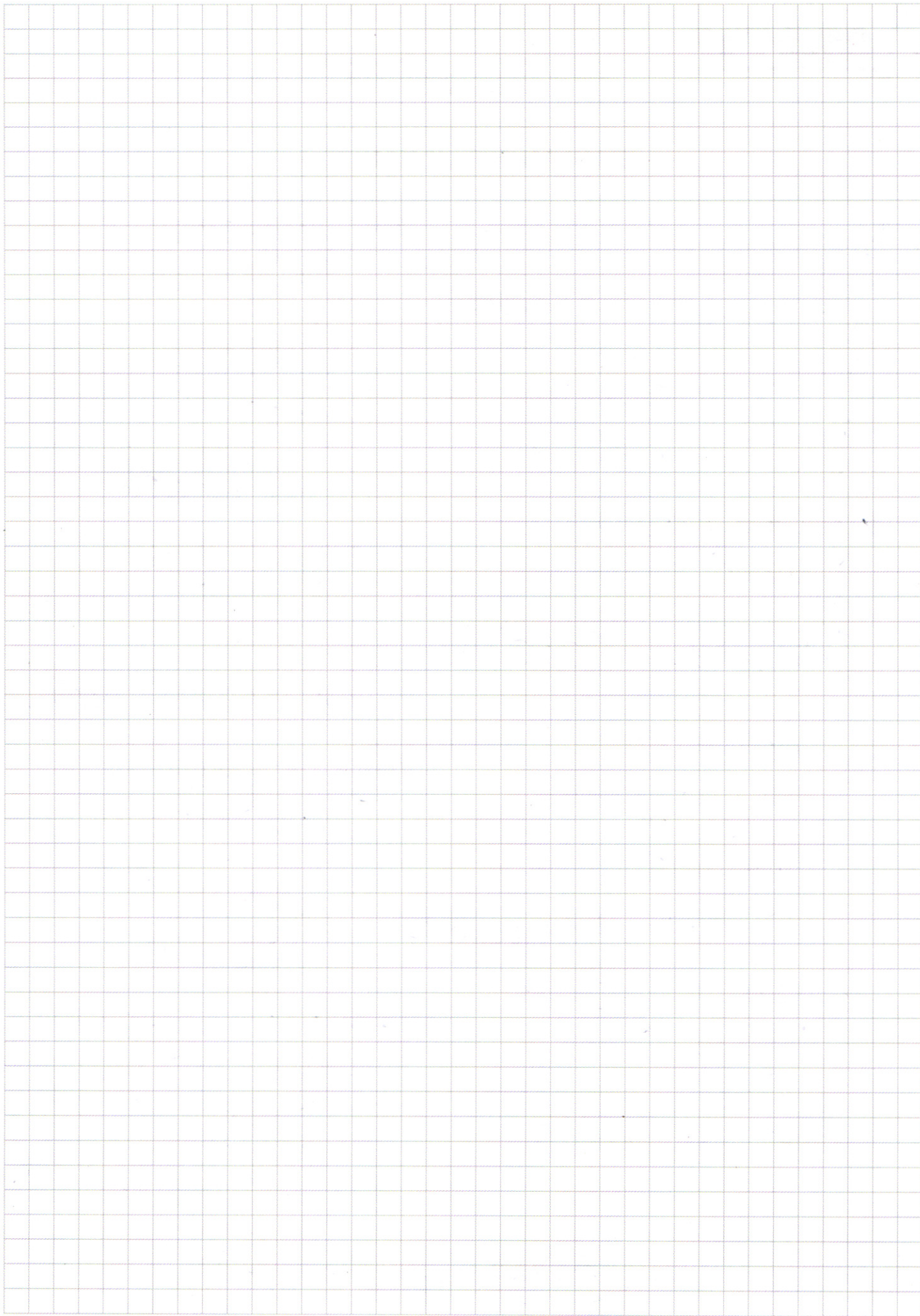
$$-2y \leq 10$$

$$y \geq -5$$

2ая область

нет решений

Ответ: ~~(-5; 0)~~ и (0; 0).



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{24}{b} = 12b + 36 \quad | \cdot \frac{b}{12}$$

$$24 = 12b^2 + 36b$$

$$2 = b^2 + 3b$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$-\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \geq -6$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \leq 6$$

$$3 \pm \sqrt{17} \leq 12$$

$$\pm \sqrt{17} \leq 9 - \text{верно.}$$

$$b_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$a = b - 3$$

$$b(b-3)(b-3-b) = 6$$

$$b(b-3) \cdot (-3) = 6$$

$$b(b-3) = -2$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$b_1 = 1$$

$$b_2 = 2$$

$$a_1 = -2$$

$$a_2 = -1$$

$$y = \frac{a}{6} - \frac{(a-b)}{3}x$$

$$y = \frac{1}{(a-b)b} - \frac{3}{a-b}x$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{(a-b)}{3} &= -\frac{3}{(a-b)} \quad | \cdot (-1) \\ \frac{a}{6} &= \frac{1}{(a-b)b} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{a}{6} = \frac{1}{(a-b)b}$$

$$(a-b)^2 = 9 \rightarrow a-b = \pm 3 \quad a = b \pm 3$$

$$ab(a-b) = 6$$

$$a = b + 3$$

$$b(b+3)(b+3-b) = 6$$

$$b(b+3) \cdot 3 = 6$$

$$b(b+3) = 2$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0 \quad D = 9 + 8 = 17$$

$$a_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} + 3 = \frac{-3 + 6 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2 \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2} - \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \right) x + 6y &= \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ 3 \cdot \frac{-3+\sqrt{17}}{2} x + \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2} - \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \right) \cdot \frac{-3+\sqrt{17}}{2} y &= 1 \end{aligned} \right.$$

$$2x \cdot \frac{3+\sqrt{17}+3-\sqrt{17}}{2} + 6y = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 6x + 6y &= \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ -\frac{9+3\sqrt{17}}{2} x + \frac{-9+3\sqrt{17}}{2} y &= 1 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x+y &= \frac{3+\sqrt{17}}{12} \\ x+y &= \frac{2}{-9+3\sqrt{17}} \end{aligned} \right.$$

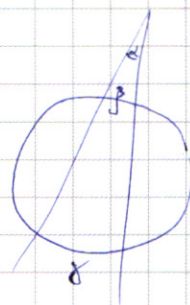
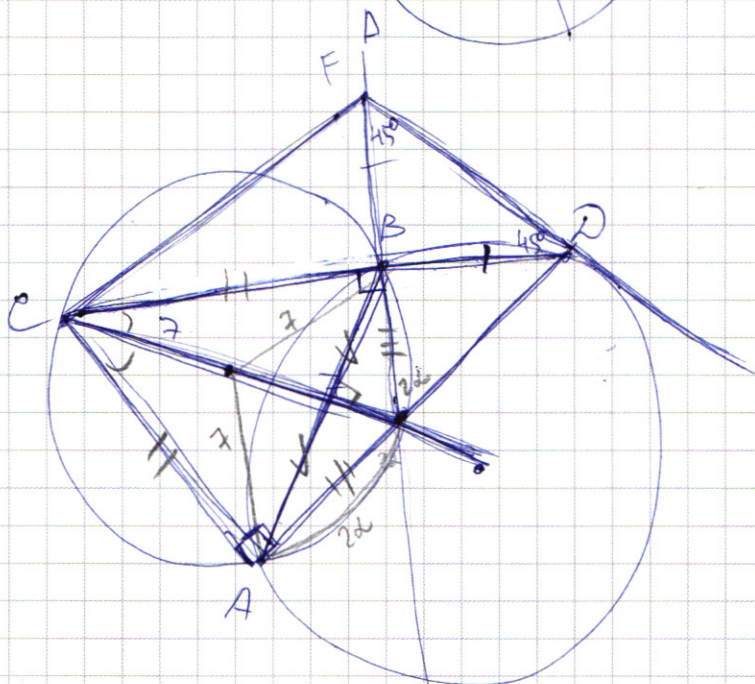
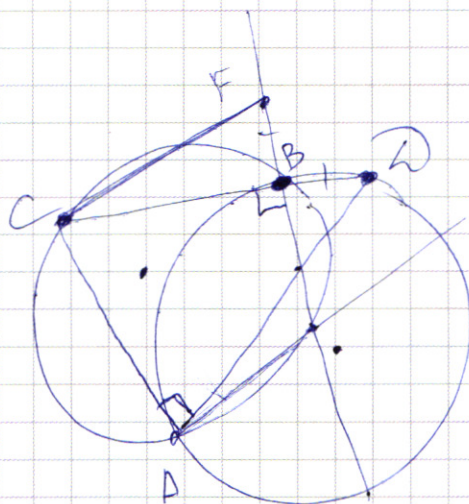
$$\begin{aligned} \frac{3+\sqrt{17}}{12} + \frac{2}{-9+3\sqrt{17}} &= \\ &= \frac{3+\sqrt{17}}{12} + \frac{2}{3(3-\sqrt{17})} = \\ &= \frac{3+\sqrt{17}}{12} + \frac{2}{12(3-\sqrt{17})} = 0. \end{aligned}$$

прямые. бесконечно
много решений при
совпадении.

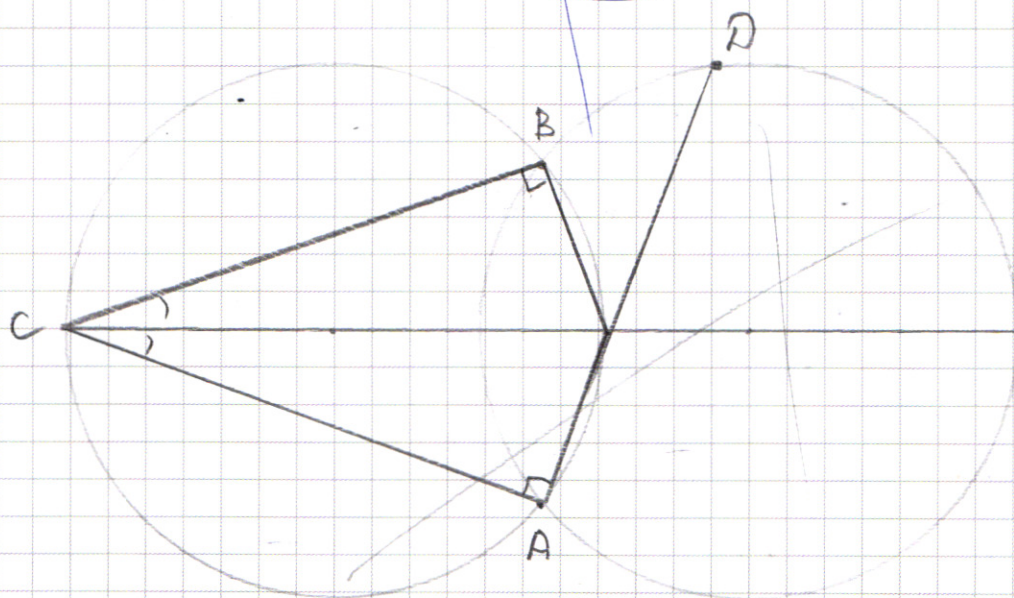
Совпадение при ра-
венстве коэффициентов
тоб.

28.120 мм 56.60

$\begin{array}{r} \times 120 \\ 28 \\ \hline 960 \\ 24 \\ \hline 3360 \end{array}$



$\frac{\delta - \beta}{2}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10.$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 2$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = (x+5)(x-2)$$

$$x^3-16x+25 \neq 0$$

$$-125+80+25 = -20 < 0 \Rightarrow x = -5 - \text{не корень.}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$\sqrt{x^3-16x+25} = 2x-4 \quad \sqrt{\dots} \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

$$x^3-16x+25 = 4x^2-16x+16$$

$$x^3-4x^2+9=0$$

$$(x-3)(x^2-x-3)=0$$

$$27-36+9=0$$

$$x^2-x-3=0$$

$$D = 1+12=13$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$3 < \sqrt{13} < 4$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} \vee 2$$

$$1+\sqrt{13} \vee 4$$

$$\sqrt{13} \vee 3$$

$$\Rightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} - \text{корень.}$$

$$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \vee 2$$

$$1-\sqrt{13} \vee 4$$

$$-\sqrt{13} \vee 3$$

$$-\sqrt{13} < 3 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{13}}{2} - \text{не корень.}$$

$$-x^3 + 16x - 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$-x^3 - 4x^2 + 32x - 41 = 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2 (x+1) + 1 \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6 - 5 - 4 + 2 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x-1 \\ \hline 6x^4 - 6x^3 & 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\ \hline -x^3 - 4x^2 & \\ \hline x^3 - x^2 & \\ \hline -3x^2 + 2x & \\ \hline -3x^2 + 3x & \\ \hline -x + 1 & \\ \hline -x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) = 0$$

$$-6 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4} - \frac{5}{2} \neq 0$$

$$6 \cdot \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - 1 - 1 = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} - 2 \neq 0$$

$$-6 + 1 + 3 - 1 \neq 0$$

~~$$-48 + 4 + 6 - 1$$~~

~~$$-\frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - 1$$~~

$$-3 + \frac{1}{4} + 1.5 - 1 = -2.5 + \frac{1}{4} = -2.25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 - (a-b)by}{3b}$$

$$2 \cdot \frac{2(a-b)(1-(a-b)by)}{3b} + 6y = a$$

$$2(a-b)(1-aby+b^2y) + 6y = a$$

$$2(a-a^2by+ab^2y-b+ab^2y-b^3y) + 6y = a$$

$$\frac{2a}{3b} - \frac{2a^2y}{3} + \frac{2aby}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2aby}{3} - \frac{2b^2y}{3} + 6y = a \quad | \cdot 3$$

$$2a + 4aby - 2a^2y - 2 - 2b^2y + 18y = a$$

$$y(4ab - 2a^2 - 2b^2 + 18) = 2 - a$$

$$y = \frac{2-a}{-2(a^2-2ab+b^2)+18}$$

$$y = \frac{2-a}{-2(a-b)^2+18}$$

$$y = \frac{a-2}{2((a-b)^2-9)} = \frac{a-2}{2(a-b-3)(a-b+3)}$$

$$a=2$$

$$\begin{cases} 2(2-b)x + 6y = 2 \\ 3bx + (2-b)by = 1 \end{cases}$$

$$(2-b)(2x+by) + 3(2y+bx) = 3$$

$$a_{1,2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{24}{b}}$$

$$\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{24}{b}} = 2b + 6$$

$$b^2 + \frac{24}{b} = b^2 + 12b + 36$$

при $b=0$

$$\begin{cases} 2ax + 6y = a \\ 0 \neq 1 \end{cases}$$

$\emptyset$

$$y = \frac{a-2(a-b)x}{6}$$

$$y = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$$

$$\frac{a-2(a-b)x}{6} = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$$

графики функций должны
совпасть

$$y = \frac{a}{6} - \frac{(a-b)x}{3}$$

$$y = \frac{1}{(a-b)b} - \frac{3}{a-b}x$$

т.е.

$$+\frac{3}{a-b} = +\frac{a-b}{3}$$

$$a=2$$

$$g = (a-b)^2$$

$$a-b = \pm 3, a = \pm 3 + b$$

$$a=b$$

$$\begin{cases} by = a \\ 3ax = 1 \end{cases}$$

$$2 \frac{y}{ax} = a$$

$$2 \frac{y}{x} = a^2$$

$$y = \frac{a^2x}{2}$$

$$\frac{a}{6} = \frac{1}{(a-b)b}$$

$$b = ab(a-b)$$

$$6 = a^2b - ab^2$$

$$a^2b - ab^2 - 6 = 0$$

$$D = b^4 + 24b \geq 0$$

$$a_{1,2} = \frac{b^2 \pm \sqrt{b^4 + 24b}}{2b}$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$6 - 5 + 6 - 2 + 1$$

$$7000 \quad 7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

всего 7 делителей

$\Rightarrow$ есть хотя бы одна 1. или

по одному делителю в каждую "дырку" - 8.

с одной 1. — 8

с двумя 1 — $\frac{7 \cdot 6}{2}$

с тремя 1 —

с четырьмя 1 —

с пятью 1 —

с шестью 1 —

с семью 1 — 8

2 делителя в одном числе возможно только 4.8.

$\Rightarrow$ по одному — 8

по 2 — 42555711

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

$$\frac{7!}{3! \cdot 3!} = \frac{7!}{36} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1}{1} = 35 \cdot 4 = 140$$

$$140 \cdot 8 = 800 + 320 = 1120 \text{ — по 8.}$$

$$\text{с4)} \frac{6!}{3!} = 5! = 120$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 2!} = 4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \cdot 28 = 2400 + 1120 = 3520$$

$$\text{с8} \quad 85557111 \quad \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

$$\text{всего} \quad 1120 + 1120 + 3520 = 2240 + 3520 = 5760$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2\left(\frac{3-\sqrt{17}}{2} + \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)x + 6y = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ -\frac{9-3\sqrt{17}}{2}x + \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right)y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 6y = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ -\frac{9-3\sqrt{17}}{2}(x+y) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{3-\sqrt{17}}{12} \\ x+y = -\frac{2}{3(3+\sqrt{17})} \end{cases}$$

$$\frac{3-\sqrt{17}}{12} + \frac{2}{3(3+\sqrt{17})} = 0$$

$$\frac{9-17}{16(3+\sqrt{17})} + 8 = 0$$

$$\frac{27-51+4}{\dots} = 0$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3x + 6y = -2 \\ 3x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6(y-x) = -2 \\ 3(x-y) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(y-x) = -1 \\ 3(x-y) = 1 \end{cases} \quad | \cdot (-1)$$

$$3(y-x-x+y)$$

$$3(y-x) = -1$$

$$3(y-x) = -1 \quad - \quad 0 = 0$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3x + 6y = -1 \\ 6x + 2 \cdot 3y = 1 \end{cases}$$

$$6x + 2 \cdot 3y = 1$$

$$6(y-x) = -1$$

$$6(x-y) = 1$$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10 \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$x \geq y - 5$$

$$(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$$

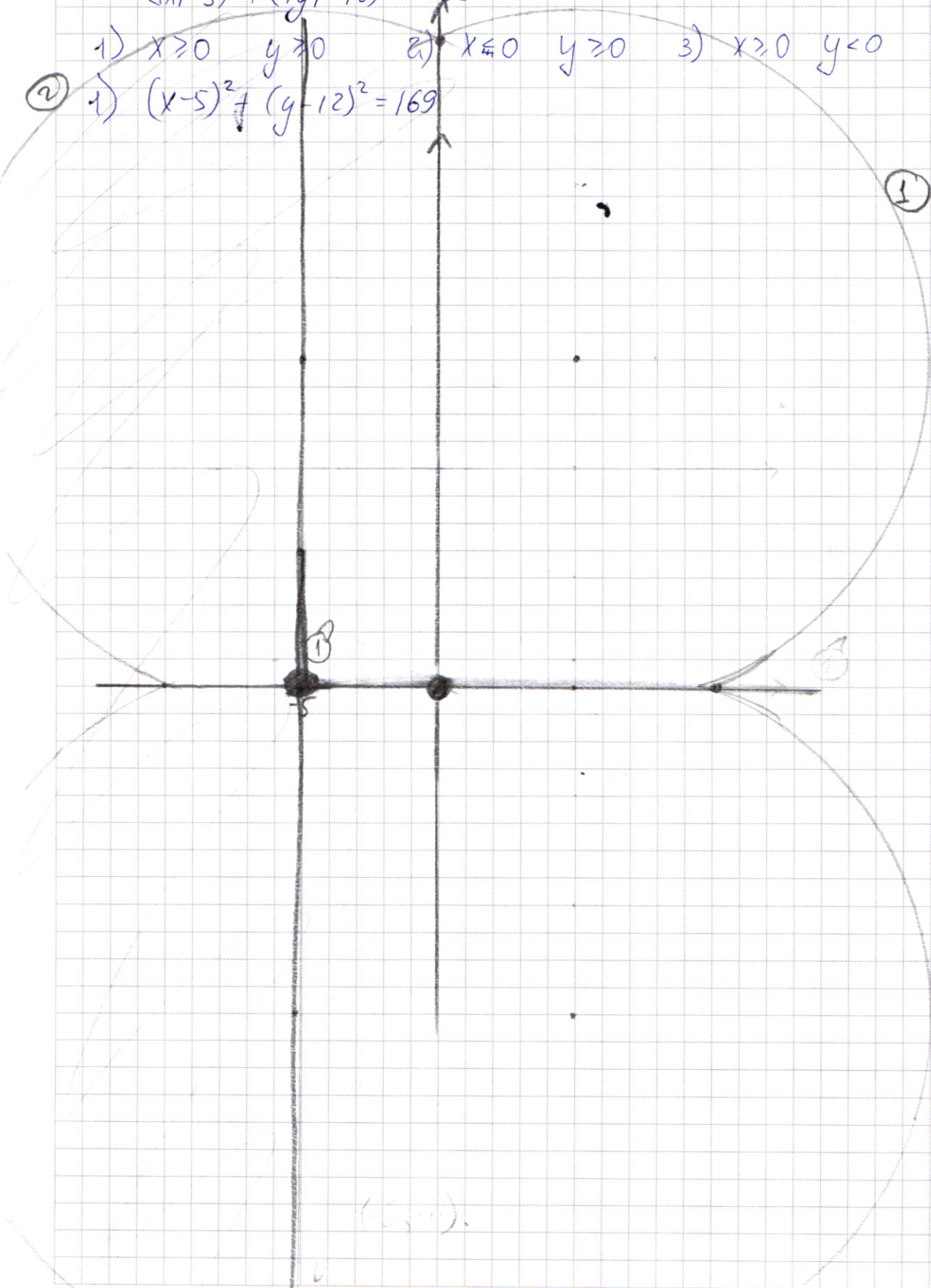
$$1) \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

2) $x \leq 0$ $y \geq 0$

3) $x \geq 0$ $y < 0$

4) $x < 0$ $y < 0$

2) 1) $(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x+y+5| + |x-y+5| \leq 10$$

1) + + $x \geq y-5$ $x \geq -y-5$ $2x \geq -10$ $x \geq -5$

$$x+y+5+x-y+5 \leq 0$$

$$2x + 10 \leq 0$$

$$x \leq -5$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} +$$

$$2x \geq -10 \quad x \geq -5$$

$$y \geq 0 \quad -y \geq 0 \quad y = 0$$

2) + -

$$x+y+5 - x+y-5 \leq 10$$

$$2y \leq 10 \quad y \leq 5$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$0 \geq x-y+5$$

$$x+5 \geq 0$$

$$x \geq -5$$

$$x+5 \leq 0$$

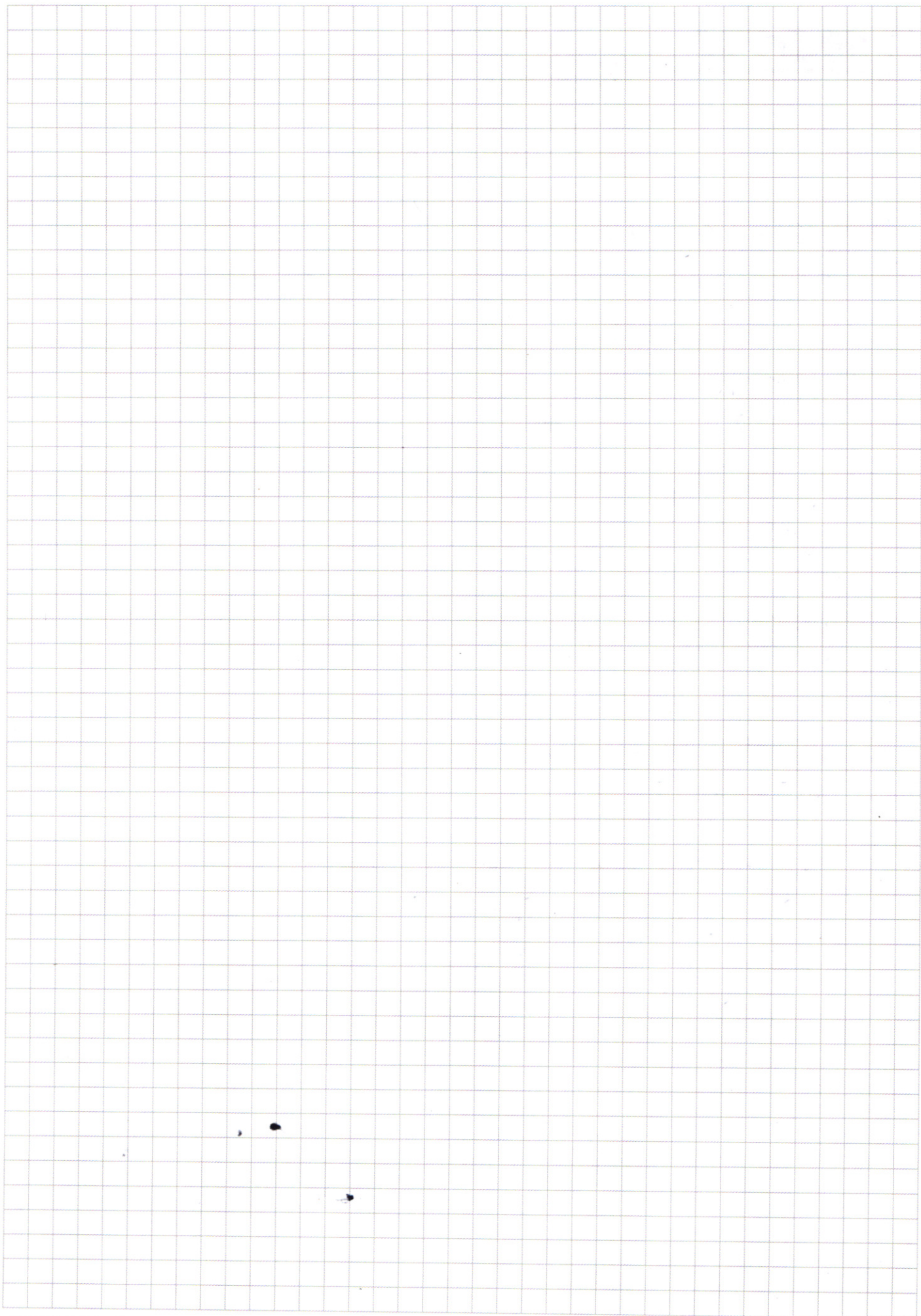
$$x \leq -5 \quad x = -5$$

$$x+y+5 \geq x-y+5$$

$$y \geq -y$$

$$2y \geq 0$$

$$y \geq 0$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)