МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0;0)$. Синица двигается по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0\left(\sqrt{3};3\right)$ и $N_0\left(6;-2\sqrt{3}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b, при каждой из которых система уравнений
$$\begin{cases}2(a-b)x+6y=a,\\ 3bx+(a-b)by=1\end{cases}$$
имеет бесконечно много решений.

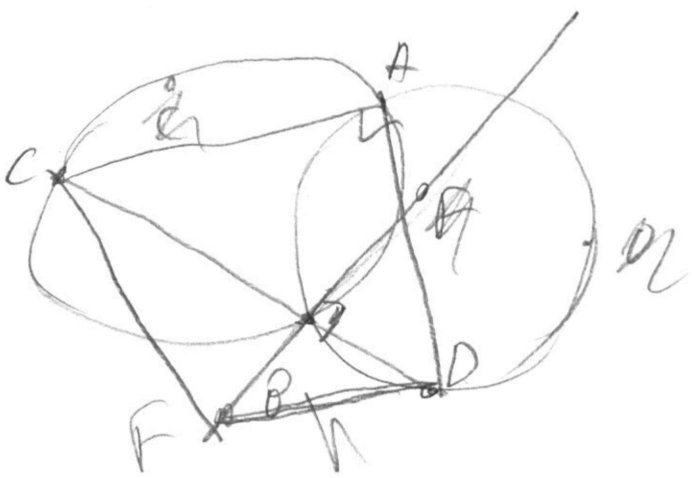
3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=x^2+3x-10$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4+x^2+2x-5x^2|x+1|+1\geqslant 0$.

5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

7. [6 баллов] Решите систему
$$\begin{cases}|x+y+5|+|x-y+5|\leqslant 10,\\ (|x|-5)^2+(|y|-12)^2=169.\end{cases}$$

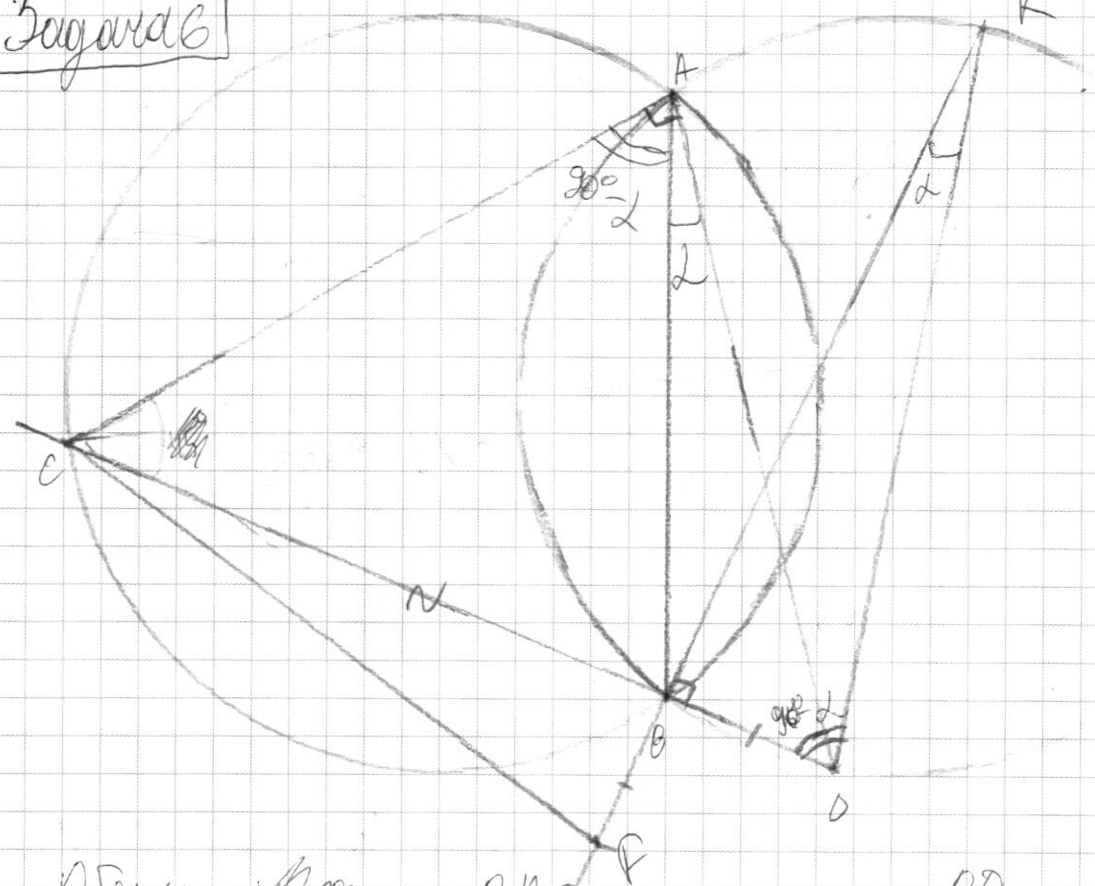


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6

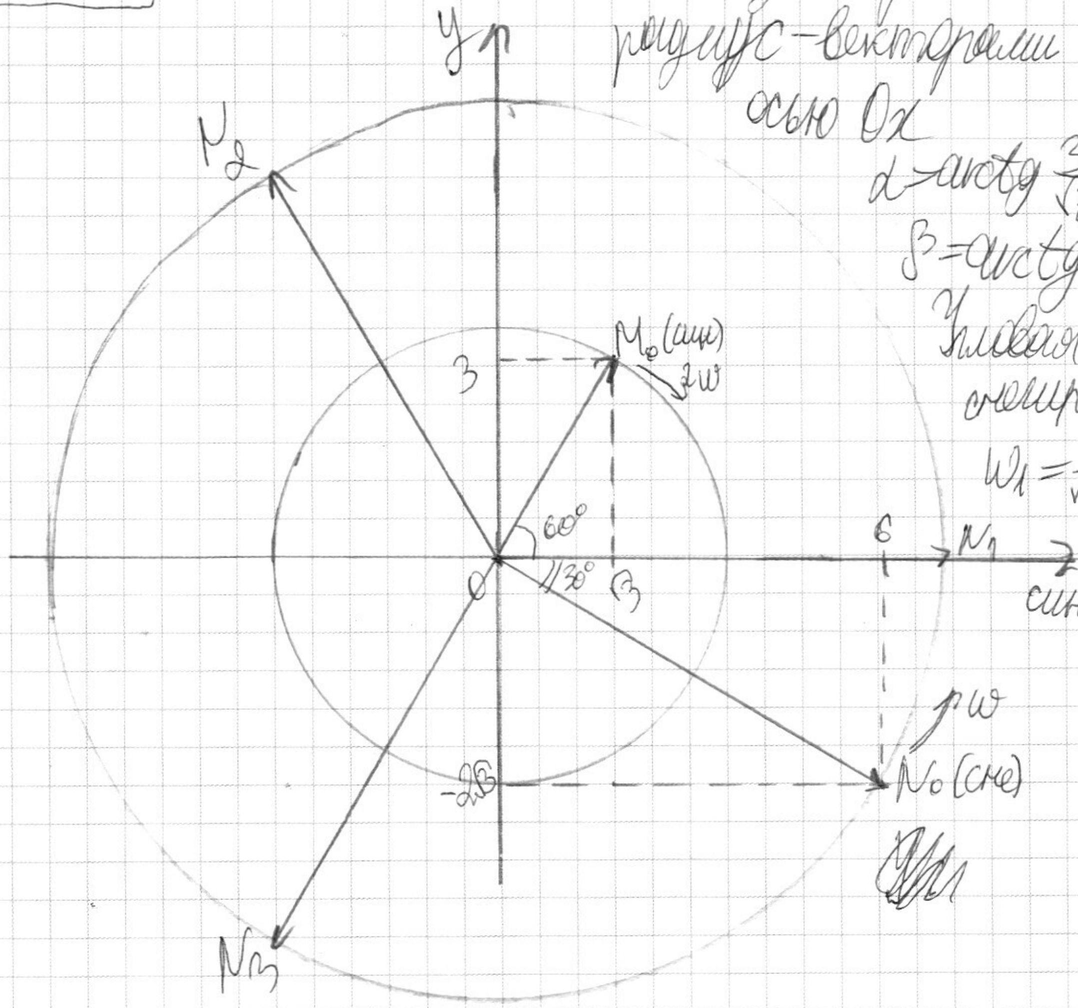


Обозн. ~~...~~ $\angle BAD = \alpha$, тогда BD опирается на α. Продлим перпендикуляр в точке B до пересечения со второй окружностью (обозн. т. пересечения за K). $\angle BKD = \alpha$; сторона KD опирается на угол $90°$ $\Rightarrow KD = 2R = 14$. ~~...~~ KB опирается на угол $\angle KDB = 90° - \alpha$, и CB опирается на угол $\angle CAB = 90° - \angle BAD = 90° - \alpha$. Т.к. окружности одинаковые, $CB = KB \Rightarrow$ по 2 пр. равенства тр.

$\triangle FCB = \triangle DKB \Rightarrow \boxed{CF = KD = 14}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 1



Найдем угол между радиус-векторами птиц и осью Ox

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{\sqrt{3}} = 60^\circ$

$\beta = \operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{6} = 30^\circ$

Угловая скорость стрижа

$\omega_1 = \frac{v}{\sqrt{36+4\cdot 3}} = \frac{v}{2\sqrt{12}} = \omega$

синицы

$\omega_2 = \frac{v}{\sqrt{12}} = 2\omega$

До первого сближения птицам необходимо пройти угол $\gamma = 90^\circ$

$\omega_1\tau + \omega_2\tau = 90^\circ$

$\gamma_1 = \omega_1\tau = 30^\circ$

$N_1(4\sqrt{3}; 0)$

До второго необх. пройти угол 360°

$\gamma_2 = 360/3 = 120^\circ$

$N_2(-2\sqrt{3}; 6)$

До третьего аналогично 360° $\gamma_3 = 120^\circ$; $N_3(-2\sqrt{3}; -6)$

Последующие сближения будут повторяться

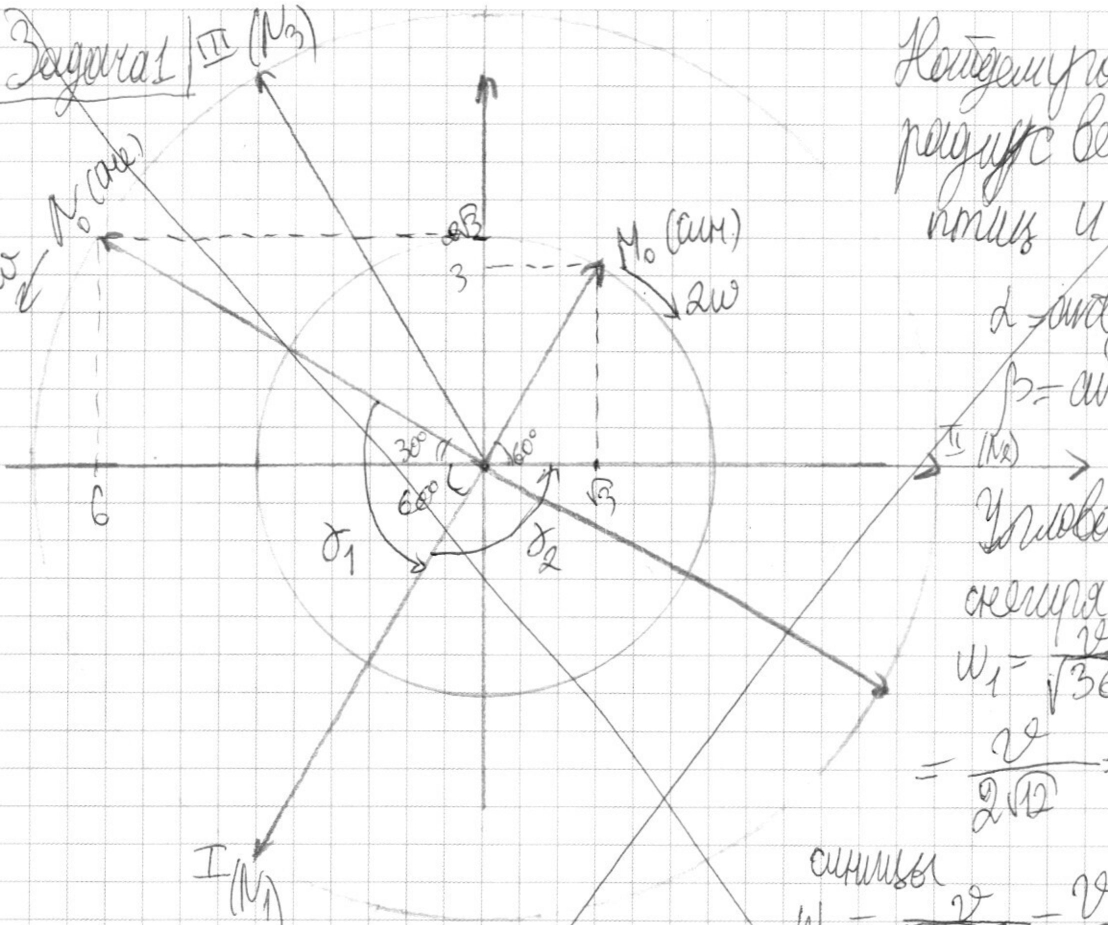
Ответ: $\boxed{N_1(4\sqrt{3}; 0); N_2(-2\sqrt{3}; 6); N_3(-2\sqrt{3}; -6)}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1



Найдем угол между радиус векторами птиц и осью Ox

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{\sqrt3} = 60°$

$\beta = \operatorname{arctg}\frac{2\sqrt3}{6} = 30°$

Угловая скорость снегиря

$\omega_1 = \frac{v}{\sqrt{36+4\cdot3}} = \frac{v}{2\sqrt{12}} = \omega$

синицы

$\omega_2 = \frac{v}{\sqrt{9+3}} = \frac{v}{\sqrt{12}} = 2\omega$

До первого сближения птиц им необходимо пройти угол $\gamma = 30°+60°+180° = 270°$.

$\omega_1\tau + \omega_2\tau = 270°$

$\gamma_1 = \omega_1\tau = \frac{270°}{3} = 90°$

Тогда угол радиус вектора снегиря с осью Ox $90°-30°=60°$

$\boxed{M_1(-2\sqrt3;\ -6)}$

Второе сближение через $360°$

$\omega_1\tau + \omega_2\tau = 360°$

$\gamma_2 = \omega_1\tau = 120° \Rightarrow$ снегирь на оси $Ox \Rightarrow \boxed{M_2(4\sqrt3;\ 0)}$

~~Третье сближение также через угол 360°~~
~~$\gamma_3 = 120°$; $\boxed{N_3(-2\sqrt{3}; 6)}$~~
~~Последующие сближения будут повторяться~~

~~Ответ:~~ $M_1(-2\sqrt{3}; -6)$; $N_2(4\sqrt{3}; 0)$; ~~$N_3(-2\sqrt{3}; 6)$~~

Задача 2

$\begin{cases} 2(a-b)x+6y=a \\ 3bx+(a-b)by=1 \end{cases}$ $\quad 2ax-2bx+6y=a \quad | \cdot \frac{3}{2}$

$+\begin{cases} 3bx+aby-b^2y=1 \\ 3ax-3bx+9y=\frac{3}{2}a \end{cases}$

$aby-b^2y+3ax+9y=1{,}5a+1$

1) $y(ab+9-b^2)+3ax=1{,}5a+1$

1.1) $a \neq 0$

$3x = 1{,}5+\frac{1}{a}-\frac{y}{a}(ab+9-b^2)$

1.1)

$1{,}5b+\frac{b}{a}-\frac{yb}{a}(ab+9-b^2)+(a-b)by=1$

$yb\left(-\frac{ab+9-b^2}{a}+a-b\right)=1-\frac{b}{a}-1{,}5b$

1.1.1) $b \neq 0$; $-\frac{ab+9-b^2}{a}+a-b \neq 0$

$y=\dfrac{1-\frac{b}{a}-1{,}5b}{a-b-\frac{ab+9-b^2}{a}}$

$2x\cdot(a-b)=a-6y$

1.1.1.1) $a \neq b$

$x=\dfrac{a-6y}{2(a-b)}$ – ~~при этом~~

Условие конечное кол-во решений

1.1.1.2) $a=b$

$\begin{cases} 6y=a \\ 3bx=1 \end{cases}$ $\quad y=\frac{a}{6}=\frac{b}{6}$ – конечное кол-во решений

$x=\frac{1}{3b}\ (b \neq 0)$

1.1.2) $b=0$; $\frac{ab+9-b^2}{a}+a-b \neq 0$ $\quad \frac{9}{a}+a \neq 0 \quad a \neq 0$ $\quad y\left(\frac{9}{a}+a\right)=1$

~~$y\cdot 0 = 1-\frac{b}{a}-1{,}5b$~~ ~~$1$~~ ~~$\frac{9}{a}+a \neq 0$~~ ~~$\forall a$ любое~~ невозможно $\quad y=\dfrac{1}{\frac{9}{a}+a}$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №3
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = \frac{a - \frac{6}{\frac{3}{a}+a}}{2a} = \frac{1}{2} - \frac{6}{18+2a^2}$ — конечное кол-во решений

1.13) $b \neq 0$ $\frac{ab+9-b^2}{a} + a - b = 0$

$y b \cdot 0 = 1 - \frac{b}{a} - 1{,}5b$ $\cancel{ab} + 9 - b^2 = \cancel{ba} - a^2$

$b(1{,}5 + \frac{1}{a}) = 1 \rightarrow a \neq -\frac{2}{3}$

$x = \frac{a - by}{2(a-b)}$; $\boxed{a \neq b}$ $\quad \cancel{\frac{a}{1{,}5+\frac{1}{a}}} + 9 - \frac{1}{(1{,}5+\frac{1}{a})^2} = \cancel{\frac{a}{1{,}5+\frac{1}{a}}} - a^2$

$\cancel{1{,}5a+1+9(1{,}5+\frac{1}{a})^2 - 1 = 1{,}5a+1}$

$\frac{1}{(1{,}5+\frac{1}{a})^2} = 9 + a^2$

$a^2 = (1{,}5a+1)^2(9+a^2)$

$a^2 = (2{,}25a^2 + 3a + 1)(9 + a^2)$

$\cancel{a^2} = \frac{81}{4}a^2 + 27a + 9 + 2{,}25a^4 + 3a^3 + \cancel{a^2}$

$9a^4 + 3a^3 + 81a^2 + 27a + 9 = 0$

$3a^4 + a^3 + 27a^2 + 9a + 3 = 0$

$a^3(3a+1) + 27a^2 + 3(3a+1) = 0$

Решение этого уравнения соотв искомой паре a, b — $\cancel{(a; 0)}$ $(a; \frac{1}{1{,}5+\frac{1}{a}})$

$a = -\frac{2}{3}$; $b \cdot 0 = 1$ — невозможно

1.1.4) $b=0$; $\frac{a\cdot b+y-b^2}{a}+a-b=0$

$-y\cdot 0=1$ × невозможно

1.2) $a=0$

$-2bx+6y=0$

$\begin{cases} 3bx-b^2y=1 \\ -3bx+9y=0 \end{cases}$

$-b^2y+9y=1$;

$y(9-b^2)=1$

$b\neq 3$ и $b\neq -3$

$y=\frac{1}{9-b^2}$; $x=\frac{9y}{3b}=\frac{3y}{b}$ $(b\neq 0)$

$b=0$ $9y=3x\cdot 0$

$1=3x\cdot 0$

невозможно

Задача 3) $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=x^2+3x-10$

$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25}=(x+5)(x-2)$

$x=-5$ невозможно, т.к

$(-5)^3-16(-5)+25=-125+80+25<0$

$x\neq -5$

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25}=x-2$, расширим множество возм. x

$x^3-16x+25=4(x^2-4x+4)$

$x^3-4x^2+9=0$; $f(x)=x^3-4x^2+9$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №8

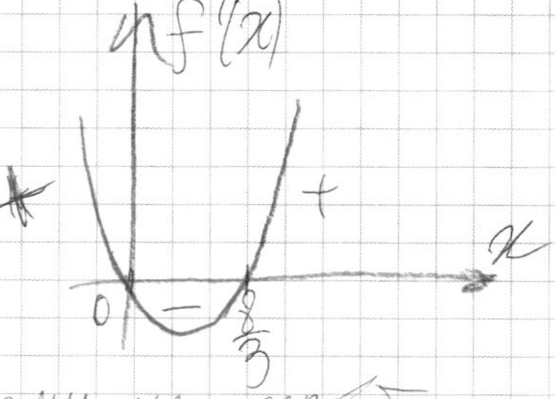
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f'(x) = 3x^2 - 8x$

$f'(x) = 0$ при $x = 0$ и $x = \frac{8}{3}$

График $f(x)$ убывает на $x \in (-\infty; 0)$, возрастает на $x \in (0; \frac{8}{3})$, и снова убывает на $x \in (\frac{8}{3}; +\infty)$



$f(3) = 27 - 36 + 9 = 0$ — один из корней

$\frac{8}{3} < 3 \quad f(\frac{8}{3}) < 0$

$f(2) = 8 - 16 + 9 = 1 \Rightarrow$ в промежутке от 2 до $\frac{8}{3}$ еще один корень

$f(0) = 9$ при $x < 2$ не рассматриваем т.к. тогда под корнем число < 0 см (1)

$f(-1) = 1$

Задача 4 $\quad 6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + 9 & x - 3 \\ \cline{2-2} -\ x^3 - 3x^2 \quad & x^2 - x - 3 \\ -x^2 + 9 & \\ -\ -x^2 + 3x & \\ -3x + 9 & \\ -\ -3x + 9 & \\ 0 & \end{array}$$

$x^3 - 4x^2 + 9 =$
$= (x-3)(x^2 - x - 3)$

$x_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 3}}{2} =$
$= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$; $x_3 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 0 < 2$ не подходит

$(x-2<0)$

$\sqrt{}$

Ответ: $x_1 = 3$; $x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

Задача 4

$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$

1) $x \geq -1$

$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$

$f_1(x) = 6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$\cancel{f(0) \geq 0}$ $f_1(1) = 0$

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 & x-1 \\
\hline
6x^4 - 6x^3 & 6x^3 + x^2 - 3x - 1 \\
\quad x^3 - 4x^2 & \\
\quad x^3 - x^2 & \\
\quad\quad -3x^2 + 2x & \\
\quad\quad -3x^2 + 3x & \\
\quad\quad\quad -x + 1 & \\
\quad\quad\quad -x + 1 & \\
\quad\quad\quad\quad 0 &
\end{array}
$$

$f_1(x) = (x-1)(6x^3 + x^2 - 3x - 1) \geq 0$

$f_1\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

$$
\begin{array}{l|l}
6x^3 + x^2 - 3x - 1 & x + 0,5 \\
\hline
6x^3 + 3x^2 & 6x^2 - 2x - 2 \\
\quad -2x^2 - 3x & \\
\quad -2x^2 - x & \\
\quad\quad -2x - 1 &
\end{array}
$$

$f_1(x) = (x-1)(x+0,5)(6x^2 - 2x - 2) \geq 0$

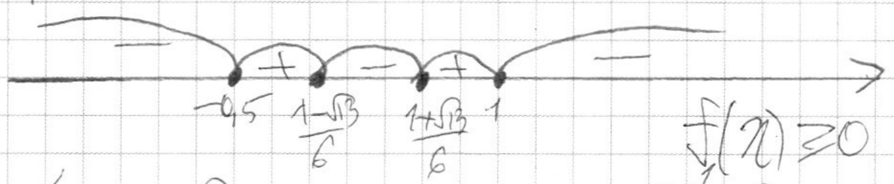
$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 6 \cdot 4 \cdot 2}}{12} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1+12}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f_1(x) = (x-1)(x+0,5)\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right) \geq 0$



$\frac{4}{6} < \frac{1+\sqrt{13}}{6} < \frac{5}{6}$

$\frac{3}{6} < \frac{1-\sqrt{13}}{6} < -\frac{2}{6}$

$f_1(x) \geq 0$

$x \in \left[0,5; \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1\right)$

2) $x \leq -1$

$6x^4 + x^2 + 2x + 5x^3 + 5x^2 + 1 \geq 0$

$f_2(x) = 6x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$x^3(6x+5) + 2x(3x+1) + 1 \geq 0$

при $x \leq -1$ $\quad x^3 < 0$

$(6x+5) < 0$

$2x < 0$

$3x+1 < 0$

$\Rightarrow$ при $x \leq -1$ нет решений неравенства

Ответ: $x \in \left[0,5; \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1\right]$

Задача 5

$7000 = 7\cdot 10^3 = 7\cdot 2^3\cdot 5^3$

Заметим, что все цифры, которые могут быть представлены в виде $7^a 2^b 5^c$ это $\boxed{1, 2, 4, 8, 5, 7}$

В числе обязательно должна быть одна семерка, 3 пятерки. Необходимо рассмотреть варианты с 2, 4 и 8

$$\boxed{\begin{matrix} 7,5,5,5,8,1,1,1 \\ 7,5,5,5,4,2,1,1 \\ 7,5,5,5,2,2,2,1 \end{matrix}}$$

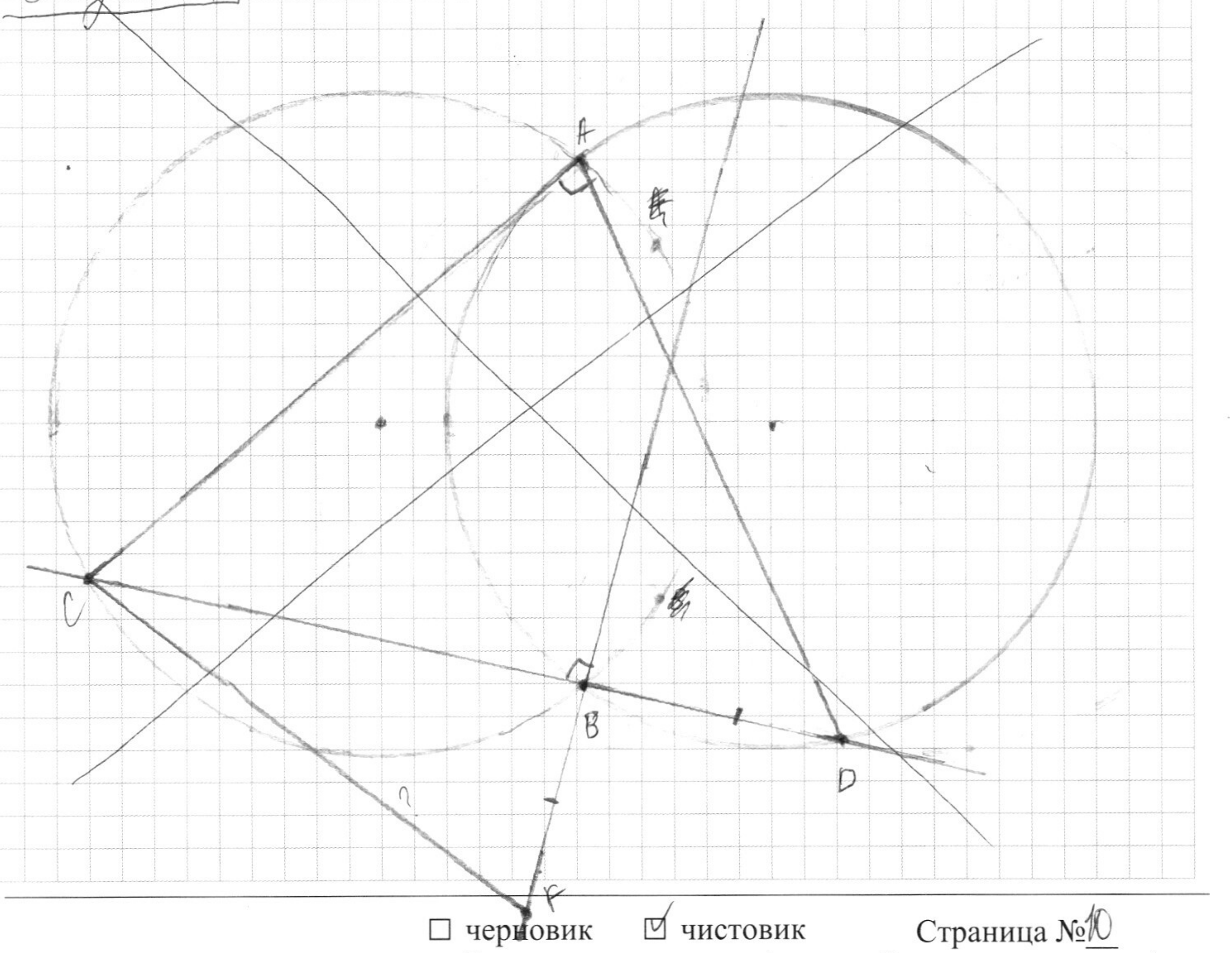
$N_1 = \frac{8!}{3!\cdot 3!}$

$N_2 = \frac{8!}{3!\cdot 2!}$

$N_3 = \frac{8!}{3!\cdot 3!}$

Ответ: $N = N_1 + N_2 + N_3 = 8!\left(\frac{2}{3!}\frac{1}{} + \frac{1}{3!\cdot 2!}\right) = \frac{8!}{4}$

Задача 6



$y =$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

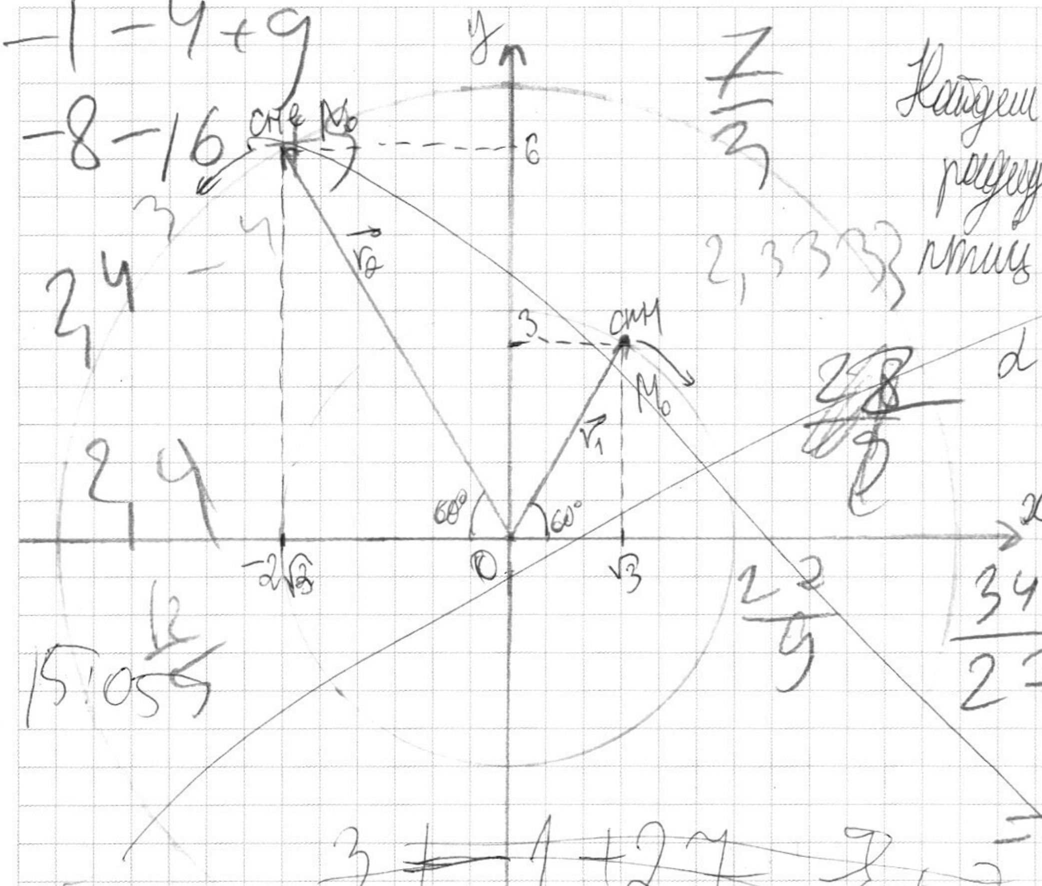
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13:43

$-1-4+9$

$-8-16$

24



$\frac{7}{3}$

$2,333$

Найдем угол между радиус-векторами птиц и осью Ox.

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{3}$

$\frac{28}{9}$

$\frac{22}{9}$

15:05

$\frac{343}{27} - \frac{4\cdot 49}{27} + 9 =$

$= \frac{343 - 12\cdot 49}{27}$

$~~3 + 1 + 27 - 7 + 3~~$

$8 - 16 + 9 = 0$

$490 + 98 =$

$3a^2 + a + 27 + \frac{9}{a} + \frac{3}{a^2} = 0$

$= 588$

$a^2\left(3 + \frac{1}{a}\right) + 27 + \frac{3}{a^2}(3a+1)$

$\frac{245}{27}$

$245 - 270 + 27 = 2$

272

$\frac{1}{27} - \frac{1}{27}$

$3\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) + 9\left(a + \frac{9}{a}\right) + 27 = 0$

$+9 \quad ~~-3+3~~$

$a^2 + 18 + \frac{81}{a^2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x > -1$

$6x^4 + x^2 + 2x - 5x^3 - 5x^2 + 1 \geq 0$

$6x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 2x + 1 = 0$

$6 - 5 - 4 + 2 + 1 = 0$

$\frac{1+\sqrt{13}}{6} < \frac{5}{6}$ $6 + 1 + 9 - 1$

$\frac{1-\sqrt{13}}{6} < \frac{3}{4}$ $\frac{27}{16} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} - 1 < 0$

$6 \cdot \frac{27}{64} + \frac{9}{16} - 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 =$

$\frac{3 \cdot 27 + 18 - 8 \cdot 9}{32} = 0$

$6 \cdot 8 + 4 + 6 - 1$

$6 \cdot 8 - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2}$

$24x^3 + 15x^2 + 12x + 2$

$72x^2 + 30x + 12$

$x_0 = -\frac{30}{2 \cdot 72}$

$900 - 4 \cdot 12 \cdot 72 = \leq 0$

$6 - 5 + 6 - 24 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 1$

$\frac{24+6-10}{16} = \frac{6}{16} + \frac{5}{8} + \frac{6}{4} - \frac{2}{2} + 1$

$x^2 + 10x + 25 + y^2 \geq -10$

$x + y \geq -5$

$0 \leq x \leq 6$

$x^2 + 10 \leq 10$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

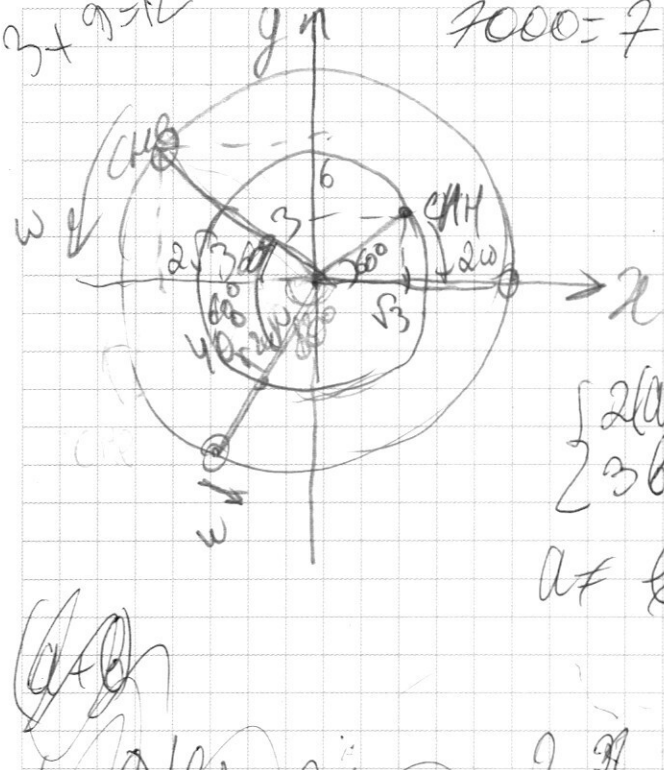
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3+9=12$

$7000=7\cdot 2^3\cdot 5^3$ $\quad 5\cdot 5\cdot 5\cdot 7$

$120^\circ+180^\circ=200^\circ$



$\cancel{2a}x-2bx+6y=a$

$3bx+aby-b^2y=1$

$3bx+9y=a$

$\begin{cases}2(a-b)x+6y=a\\ 3bx+(a-b)by=1\end{cases}$

$3y+aby+9y-b^2y=a+1$

$a\neq b;\ b\neq 0,\ y\neq 0$

$y=\frac{1+2a}{ab+9-b^2}$

$a-b=\frac{1-3bx}{by}$

$(a-b)(by+2x)$

$2\frac{x}{by}(1-3bx)+6y=a$

$\frac{3by}{12}\left(-\frac{2}{by}\pm\sqrt{\frac{4}{b^2y^2}+36y(6a)}\right)\frac{2x}{by}-6\frac{x^2}{y}+6y=a$

$-6\frac{x^2}{y}+\frac{2x}{by}+6y-a=0$

$+(a-b)by=1$

$x=\frac{y\left(-\frac{2}{by}\pm\sqrt{\frac{16}{b^2y^2}+48(6y-a)}\right)}{12}$

$a=b$

$by=a \quad y=\frac{a}{b}$

$3bx=1$

$a\neq b$

$x=\frac{1}{3b} \quad b\neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -5$$

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10 =$$

$$= (x+5)(x-2)$$

$x = -5$ ✓

$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$

$-125 + 80 + 25$

$9: 3; 1; 3; 9$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x^3-16x+25} = x-2$$

$$\sqrt{\ } \quad x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

-4

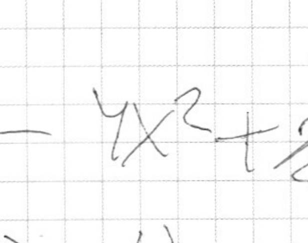
$$x^3 - 4x^2 + \cancel{25} - 9 = 0$$

-3

$4-2$

$$x^2(x-4) = -9$$

$-4 \quad 3$



$$\frac{16}{9}\left(\frac{4}{3} - 4\right) = -\frac{64}{9}\left(\frac{1}{3} - 1\right) = -\frac{128}{27}$$

$$\frac{64}{9}\left(\frac{8}{3} - 4\right) = -\frac{256}{9}\left(\frac{2}{3} - 1\right) = -\frac{256}{27}$$

$-9 \quad \frac{4}{3}$

$$3x^2 - 8x = 0$$

$$x = 0, \quad x = \frac{8}{3}$$

$\frac{8}{6} \quad \frac{4}{3}$