

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

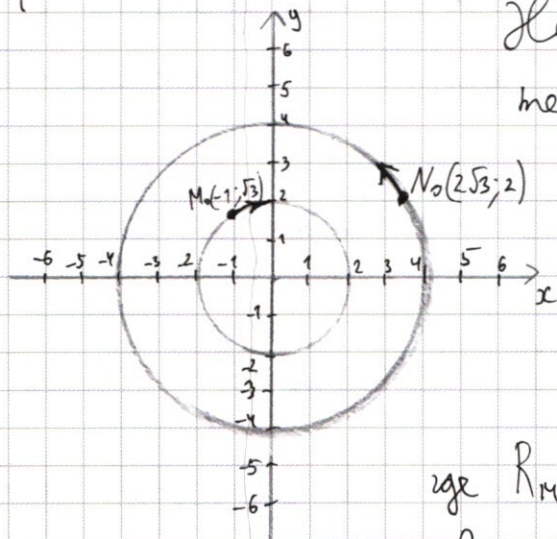
имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N° 1



Найдём радиусы окружностей жужки и муравья по точкам, которые принадлежат им

$$R_M = \sqrt{x_{M_0}^2 + y_{M_0}^2} = \sqrt{1+3} = 2,$$

$$R_N = \sqrt{x_{N_0}^2 + y_{N_0}^2} = \sqrt{12+4} = 4,$$

где R_M - радиус окружности муравья, а R_N - радиус окружности жужки.

Пусть φ - угол между положительным направлением оси x и лучом, исходящим из $O(0;0)$ и проходящим через точку окружности. Тогда $\varphi \in [0^\circ; 360^\circ)$. (т.е. когда луч в III или IV четвертях, мы будем заменять φ на более маленький по градусной мере угол).

Заметим, что R расстояние между жужкой и муравьёй минимально тогда и только тогда, когда $O(0;0)$, жужка и муравьёй находятся на одной прямой. Значит, в такой момент $R_M = R_N$, где R_M - соответствующее R для муравья, а R_N - соответствующее R для жужки.

П.к. $V_M = V_N$, а $V = \omega R$, то: $\omega_M R_M = \omega_N R_N \Rightarrow \omega_M = \omega_N \frac{R_N}{R_M} = 2\omega_N$.

т.е. при увеличении φ_n на $\Delta\varphi$ φ_m изменится на $2\Delta\varphi$. С учётом того, что муравей движется по часовой стрелке (увеличение φ), а жук — против (уменьшение φ) составим таблицу φ_m и φ_n в различные моменты времени с шагом в 15° для φ_n и 30° для φ_m . Найдём начальные φ_{m0} и φ_{n0} :

$$\begin{aligned} \text{т.е. } \varphi_{m0} = x_{m0} = R_m \cos \varphi_{m0} = 2 \cdot \cos \varphi_{m0} = -1 &\Rightarrow \cos \varphi_{m0} = -\frac{1}{2} = \\ = -\cos 60^\circ &\Rightarrow \varphi_{m0} = 120^\circ \end{aligned}$$

$$x_{n0} = R_n \cos \varphi_{n0} = 4 \cdot \cos \varphi_{n0} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \cos \varphi_{n0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_{n0} = 30^\circ$$

N°	φ_m	φ_n
0	120°	30°
1	90°	45°
2	60°	60°
3	30°	75°
...	...	...
9	210°	165°
10	180°	180°
11	150°	195°
...	...	...
17	330°	285°
18	300°	300°
19	270°	315°
...	...	...
25	90°	45°
26	60°	60°
27	30°	75°

Видим, что на 26 ходе ситуация та же, что и на 2. Т.е. мы пришли к тому же $\varphi = 60^\circ$, а потом опять придём к $\varphi = 180^\circ$, $\varphi = 300^\circ$, $\varphi = 60^\circ$ и т.д. Т.е. расстояние между ними будет кратным в 3 точки. То найденные углы найдём эти точки для жука:

$$x_1 = R_n \cos \varphi_1 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$y_1 = R_n \sin \varphi_1 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = R_n \cos \varphi_2 = 4 \cdot (-1) = -4$$

$$y_2 = R_n \cos \varphi_2 = 4 \cdot 0 = 0$$

$$x_3 = R_n \cdot \cos \varphi_3 = R_n \cdot \cos(360^\circ + \varphi_3) = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_3 = R_n \cdot \sin \varphi_3 = -R_n \sin(360^\circ + \varphi_3) = -\frac{4\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3}$$

Ответ: $(2; 2\sqrt{3}); (-4; 0); (2; -2\sqrt{3})$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n^{\circ} 2. \begin{cases} 3(\alpha + \beta)x + 12y = 0 \\ 4\beta x + (\alpha + \beta)y = 1 \end{cases} \begin{cases} 3(\alpha + \beta)x + 12y - \alpha = 0 \quad (1) \\ 4\beta x + (\alpha + \beta)y - 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Обе уравнения являются уравнениями прямых. Чтобы решений было бесконечно много, обе уравнения должны задавать одну и ту же прямую. Т.е. при делении первого уравнения на α , его коэффициенты должны быть идентичны коэффициентам уравнения (2). Получим:

$$\begin{cases} \frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha} = 4\beta \\ \frac{12}{\alpha} = (\alpha + \beta)\beta \end{cases} \begin{cases} 4\alpha\beta = 3(\alpha + \beta) \\ \alpha\beta(\alpha + \beta) = 12 \\ \alpha \neq 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{4\beta}{\alpha + \beta} = 3(\alpha + \beta) \quad (3) \\ \alpha\beta = \frac{12}{\alpha + \beta} \\ \alpha \neq 0 \end{cases}$$

$$3). \frac{4\beta}{\alpha + \beta} = 3(\alpha + \beta)$$

$$3(\alpha + \beta)^2 = 4\beta$$

$$(\alpha + \beta)^2 = 16$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ \alpha + \beta = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4\beta}{4} = 3 \cdot 4 \\ \alpha + \beta = 4 \\ \alpha \neq 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{4\beta}{-4} = 3 \cdot (-4) \\ \alpha + \beta = -4 \\ \alpha \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\alpha\beta = 12 \\ \alpha + \beta = 4 \\ \alpha \neq 0 \end{cases} \begin{cases} \alpha\beta = 3 \\ \alpha + \beta = 4 \quad (I) \\ \alpha \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4\alpha\beta = 12 \\ \alpha + \beta = -4 \\ \alpha \neq 0 \end{cases} \begin{cases} \alpha\beta = -3 \\ \alpha + \beta = -4 \quad (II) \\ \alpha \neq 0 \end{cases}$$

$$I. \begin{cases} ab=3 \\ a+b=4 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=3 \\ a+b=4 \\ a=4-b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b-b^2-3=0 \\ a=4-b \end{cases}$$

$$b^2 - 4b + 3 = 0$$

$$D_1 = 4 - 3 = 1$$

$$b_{1,2} = 2 \pm 1; \begin{cases} b=1 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=1 \\ a=4-b \\ b=3 \\ a=4-b \end{cases} \Rightarrow (a; b) \in \{(1; 3); (3; 1)\}$$

$$II. \begin{cases} ab=-3 \\ a+b=-4 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=-3 \\ a=-b-4 \end{cases}$$

$$-b^2 - 4b + 3 = 0$$

$$b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D_1 = 4 + 3 = 7$$

$$b_{1,2} = \underline{-2 \pm \sqrt{7}}$$

$$\begin{cases} a = -b - 4 \\ b = -2 - \sqrt{7} \\ a = -b - 4 \\ b = -2 + \sqrt{7} \end{cases} \Rightarrow (a; b) \in \{(-2 + \sqrt{7}; -2 - \sqrt{7}); (-2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7})\}$$

$$\text{Ответ: } (a; b) \in \{(1; 3); (3; 1); (-2 + \sqrt{7}; -2 - \sqrt{7}); (-2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7})\}$$

№ 5

Разложим 1400 на простые множители:

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

2 в числе может встретиться в виде 3 по 2, 1 по 4 и 1 по 2, 1 по 8. Недостающие единицы можно заполнить единицами.

$$I \quad 3 \text{ по } 2. \quad (2, 2, 2, 5, 5, 7, 1, 1)$$

$$\text{Разместим двойки, зная, что они одинаковые: } \frac{8 \cdot 4 \cdot 6}{3!} = 8 \cdot 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Разместим пятерки: $\frac{5 \cdot 4}{2!} = 5 \cdot 2$

и четверку: $\frac{3}{1!} = 3$

Оставшиеся 2 места заполним единицами

Всего $8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 1680$ комбинаций

II. 1 по 4, 1 по 2 (2, 4, 5, 5, 4, 1, 1, 1):

Разместим двойки: 8

Пятерки: $\frac{4 \cdot 3}{2!} = 7 \cdot 3$

Четверку: 5

Семёрку: 4

Оставшееся заполним единицами.

Всего $8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 3360$ комбинаций

III. 1 по 8 (5, 5, 7, 8, 1, 1, 1, 1)

Разместим пятерки: $\frac{8 \cdot 7}{2!} = 7 \cdot 4$

Семёрку: 6

Восьмёрку: 5

Оставшееся заполним единицами

Всего $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$ комбинаций.

Итого $1680 + 3360 + 840 = 5880$ комбинаций.

Примечание: мы можем сочетать только двойки,
ибо даже $2 \cdot 5 = 10 > 9$.

Ответ. 5880.

$$n^{\circ} 3 \quad (x+3) \sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6.$$

Воскроем x^2+5x+6 .

$$x^2+5x+6=0$$

$$D=25-24=1$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2}; \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2)$$

$$I. \quad \begin{cases} x+3=0 \\ x=-3 \end{cases}$$

$0=0$: удовлетворяет условию

$$II. \quad \begin{cases} x+3 \neq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$(x+3) \sqrt{x^3-x+10} = (x+3)(x+2) \quad | : (x+3)$$

$$\sqrt{x^3-x+10} = x+2$$

$$\begin{cases} x^3-x+10 = x^2+4x+4 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} +4x+4 \\ -6x+9 \end{array} \right\} \text{Позже проверим ответы}$$

$$\begin{cases} x^3-x^2-4x+1=0 \\ x \geq -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3-x^2-5x+6=0 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$F(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

$$F(2): 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

П.к $F(2)=0$, то по теореме Безу $F(x)$ делится на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-5x+6 & x-2 \\ -x^3+2x^2 & \\ \hline & x^2-5x+6 \\ & -x^2+2x & \\ \hline & & -3x+6 \\ & & -3x+6 & \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

$$x^3-x^2-5x+6 = (x-2)(x^2+x-3)=0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2+x-3=0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_{2,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Вернёмся к II:

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$-4 < \sqrt{13} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{13} < 4$$

$$-4 < -\sqrt{13} < -3$$

$$-5 < -\sqrt{13} - 1 < -4$$

$$-2,5 < \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < -2 \Rightarrow \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} > -3 \Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} > -3$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Вернёмся к началу к уравнению (общей системе)

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Но не забываем, что

$x^3 - x + 10 \geq 0$, поэтому дополнительно сделаем проверку. (для иррациональных корней нужно это сделать для

уравнения, в которых они находятся).

Для иррациональных корней нужно подобрать приближённое значение $\sqrt{13}$.

Выводится, что $\sqrt{x} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$ при $x^3 - x + 10 < 0$, значит, корень не подходит. Остальные корни будут подходящими.

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ -3; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; 2 \right\}.$$

№ 4. $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0$

$$\begin{cases} 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0 \\ 2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x^4 + 4x^2 - 3x^3 - 2x + 1 \geq 0 \\ 2x^4 - 2x^2 + 3x^3 - 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

Далее, используя теорему Безу, разделим оба выражения на множители.
Далее методом интервалов найдем нужные промежутки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

0	120°	30°
1	90°	45°
2	60°	60°
3	30°	75°
4	0°	90°
5	330°	105°
6	300°	120°
7	240°	135°
8	240°	150°
9	210°	165°
10	180°	180°
11	150°	195°
12	120°	210°
13	90°	225°
14	60°	240°
15	30°	255°
16	0°	270°
17	330°	285°
18	300°	300°
19	240°	315°
20	240°	330°
21	210°	345°
22	180°	360°
23	150°	15°
24	120°	30°
25	90°	45°
26	60°	60°
27	30°	75°
28	0°	90°

$$60^\circ: x=2, y=2\sqrt{3}$$

$$180^\circ: x=-4, y=0$$

$$300^\circ: x=2, y=-2\sqrt{3}$$

$$y = R \sin \alpha$$

$$\text{Омбем: } (2; 2\sqrt{3}), (-4; 0), (2; -2\sqrt{3}).$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(1-x-1) + 12 = 0$$

$$2x^4 + x^2(1-3(1-x)) + x^2 + 1 \geq 0$$

$$x^2 \left(\begin{array}{l} 2x^2 + 1 \\ 1-3(1-x) \end{array} \right) + x^2 + 1 \geq 0$$

$$x^2 \left(\begin{array}{l} 2x^2 + 1 \\ 1-3(1-x) \end{array} \right) + x^2 + 1 \geq 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$\begin{cases} x^3 - x + 10 = 0 \\ x^2 = -5 \pm 1 \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$$

$$x^3 - 2x + 8 = 0$$

$$2: 8 - 4 + 8$$

$$-2: -8 + 4 + 8$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x^2 + x - 3)$$

$$x^2 + x - 3$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ - (x^3 - 2x^2) \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ - (x^2 - 2x) \\ \hline -3x + 6 \\ - (-3x + 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1:$$

$$x^3 - x + 10 = (x+2)^2$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

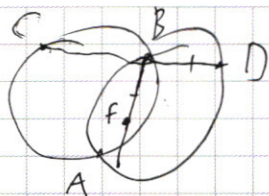
$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$1: 1 - 1 - 5 + 6$$

$$-1: -$$

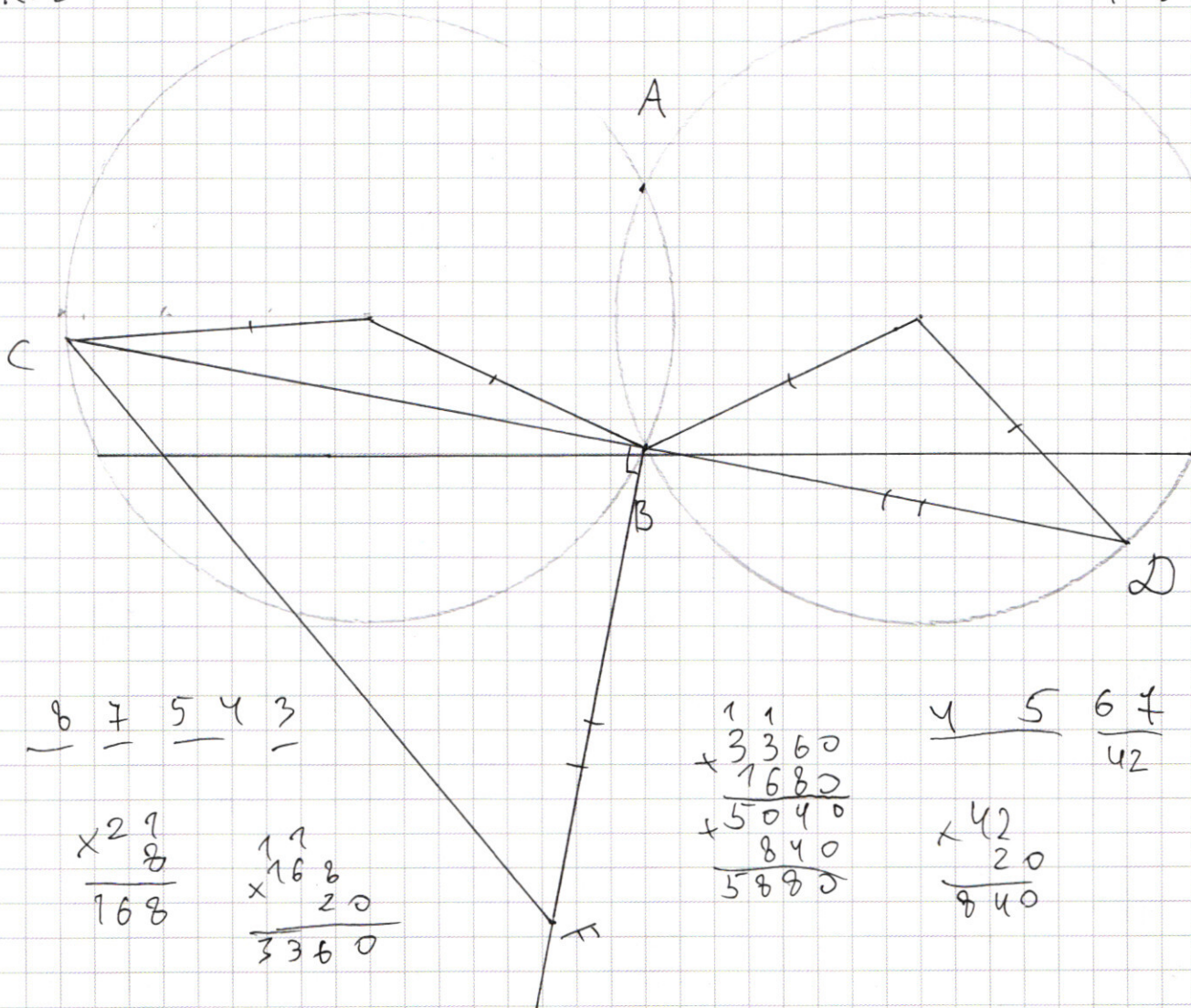
$$2: 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

R=5



R=5

R=5



$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 8 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 168 \\ 20 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 3360 \\ + 1680 \\ + 5040 \\ \hline 5880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 42 \\ 20 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2 + 1 - 2 - 3 + 3 + 1$$

$$+ 2$$

$$2x^4 + x^2 + x + 1 \geq 0$$

$$2 + 1 + 1 + 1 \leq 1$$

$$-1: 2 - 2 - 1 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 2x^2 + x + 1 \quad | \quad x+1 \\ - (2x^4 + 2x^3) \\ \hline -2x^3 - 2x^2 + x + 1 \\ 2x^2(x^2 + 1) + x + 1 \end{array}$$

$$2x^2(x-1)(x+1) + (x+1)$$

$$(x+1)(2x^3 - 2x^2 + 1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta$

$$x^3 - x + 10$$

$$2: 8 - 2 + 10 =$$

$$1: 1$$

$$\text{I: } 2 \times 3 \quad \begin{array}{r} 8 \cdot 4 \cdot 6 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

$$\text{II: } 1 \times 2 \quad \begin{array}{r} 5 \cdot 4 \\ 2 \end{array}$$

$$\text{III: } 5 \times 2 \quad \begin{array}{r} 3 \cdot 2 \\ 1 \end{array}$$

$$\text{IV: } 4 \times 1 \quad 1^2$$

$$(x+3) \sqrt{\quad} = (x+3)(x+2)$$

$$\sqrt{\quad} = x+2$$

$$x+3=0$$

$$1660$$

$$\begin{array}{r} 1400 \overline{) 2} \\ 400 \overline{) 2} \\ 350 \overline{) 2} \\ 145 \overline{) 5} \\ 35 \overline{) 5} \\ 7 \overline{) 4} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 350 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 175} \\ 15 \overline{) 15} \\ 14 \overline{) 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 35} \\ 25 \overline{) 35} \\ 35 \overline{) 5} \end{array}$$

$$x^2 + 5x + 6$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \quad \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$



$$x^3 - x + 10 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ \times 5 \quad 6 \\ 3 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \\ 16 \quad 80 \end{array}$$

$$-2: -8 + 2 + 10 =$$

$$-3: -27 + 3 + 10 =$$

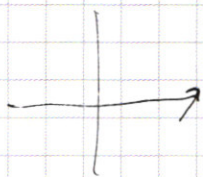
$$-2\frac{1}{2}: \quad$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ \times 6 \quad 2 \quad 5 \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \\ 12 \quad 5 \quad 0 \\ 15 \quad 6 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ \times 6 \quad 2 \quad 5 \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \\ 12 \quad 5 \quad 0 \\ 15 \quad 6 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases} \begin{cases} 3(a+b)x + 12y - a = 0 \\ 4bx + (a+b)by - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(a+b) = 4b \\ (a+b)b = 12 \\ a = 1 \end{cases} \begin{cases} 1 + 3b = 4b \\ b(b+1) = 12 \end{cases} \quad \frac{12}{a+b} = 0$$



$$a^2 + ab - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$3a + 3b - 4ab = 0$$

$$\frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{a+b} = \frac{a}{1} = a$$

$$\begin{cases} \frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{a+b} \\ \frac{12}{a+b} = a \end{cases}$$

$$\frac{3(a+b)}{4b} = 0$$

$$\begin{cases} 3(a+b) = 4ab \\ a^2 + ab = 12 \end{cases} \begin{cases} a^2 + ab - 12 = 0 \end{cases}$$

$$3(a+b)^2 = 12 - 4b$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 16b$$

$$a(a+b) = 12$$

$$\begin{cases} \frac{ab}{a} = \frac{3(a+b)}{a} = 4b \\ \frac{b(a+b)}{a} = \frac{12}{6} = b(a+b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab = 3(a+b) \\ ab(a+b) = 12 \end{cases} \begin{cases} \frac{4b}{a+b} = 3(a+b) \\ ab = \frac{12}{a+b} \end{cases}$$

$$3(a+b)^2 = 48$$

$$(a+b)^2 = 16$$

$$\begin{cases} a+b = 4 \\ a+b = -4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 10 \\ \underline{-12} \\ -2 \end{array}$$

$$\begin{cases} 4ab = 12 \\ a+b = 4 \\ 4ab = -12 \\ a+b = -4 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \text{I.} & \begin{cases} 4ab = 12 \\ a+b = 4 \end{cases} \\ \text{II.} & \begin{cases} 4ab = -12 \\ a+b = -4 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} ab = 3 \\ a+b = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} ab = -3 \\ a+b = -4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{I.} \quad \begin{cases} 4ab = 12 \\ a+b = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4b - b^2 - 3 = 0 \\ b^2 - 4b + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b=1 \\ a=4-b \end{cases} \quad \begin{cases} ab=3 \\ b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab = -12 \\ a+b = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4b - b^2 - 3 = 0 \\ b^2 - 4b + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b=3 \\ a=-4-b \end{cases} \quad \begin{cases} ab=-3 \\ b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$$

т.е. $4+3+3=10 \neq 0$, то $b_1=1, b_2=3$.

$$\text{II.} \quad \begin{cases} ab = -3 \\ a+b = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} -b^2 - 4b + 3 = 0 \\ b^2 + 4b - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -b - 4 \\ a = -b - 4 \end{cases}$$

$$b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D_1 = 4 + 3 = 7 \quad (-2 \pm \sqrt{7})^2 \Rightarrow 4 + 4\sqrt{7} + 4 - 8 - 4\sqrt{7} = 0$$

$$b_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{1}$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{7} - 2 \\ b = -2 - \sqrt{7} \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\sqrt{7} - 2 \\ b = -2 + \sqrt{7} \end{cases}$$



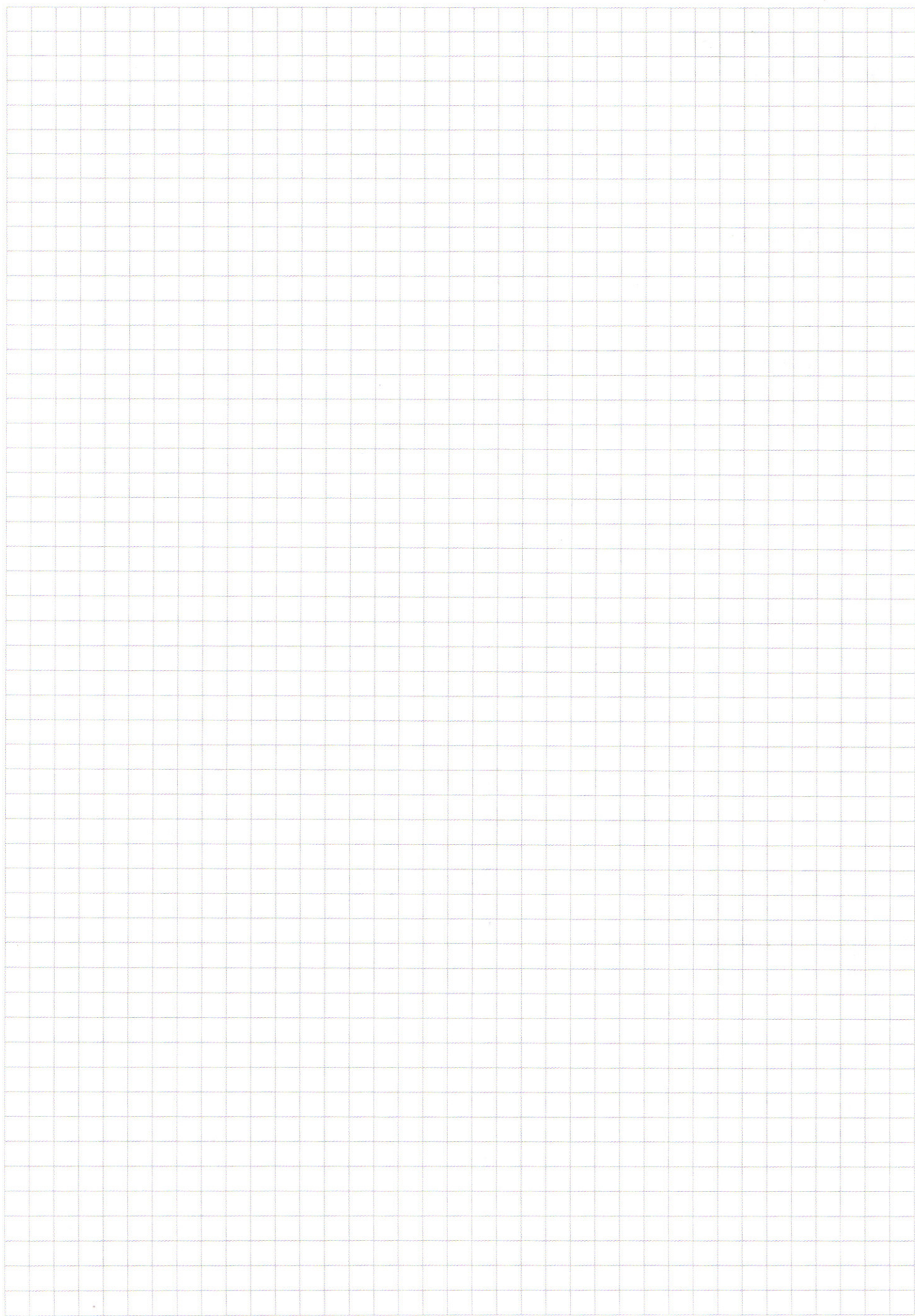
$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} & \times 35 \\ & \times 23 \\ & \times 23 \\ & \times 69 \\ & \times 46 \\ & \times 529 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 120^\circ - 2\varphi \quad \% 360^\circ \\ & 120^\circ - 2\varphi - 30^\circ - \varphi \% 360^\circ = 0 \\ & (90^\circ - 3\varphi) \% 360^\circ = 0 \\ & \varphi = 30^\circ \end{aligned}$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} & 120^\circ \\ & 90^\circ \\ & 60^\circ \\ & 30^\circ \\ & 0^\circ \\ & 330^\circ \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)