

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг цветка в одной плоскости с ним по двум окружностям летают шмель и пчела. Скорость пчелы в полтора раза больше скорости шмеля. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой цветок (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Пчела движется по часовой стрелке, а шмель – против. В начальный момент времени пчела и шмель находятся в точках $M_0\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ и $N_0(2; 0)$ соответственно. Определите координаты всех положений шмеля, в которых расстояние между ним и пчелой будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все тройки целочисленных параметров a , b и c , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y + cz = c, \\ 3x + by + 4z = 4b \end{cases}$$

не имеет решений.

3. [4 балла] Решите неравенство $(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1) \cdot |x^3 - 18x + 28| \leq 0$.

4. [5 баллов] Решите уравнение $2x^4 + x^2 - 6x - 3x^2|x - 3| + 9 = 0$.

5. [5 баллов] Бросили 70 игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших чисел. Какая из вероятностей больше: того, что сумма больше 350, или того, что сумма не больше 140?

6. [4 балла] Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{5}{4}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .

7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} a^2 - 2ax - 6y + x^2 + y^2 = 0, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1) \cdot |x^3 - 18x + 28| \leq 0.$$

$$\text{ОДЗ: } x^3 - 10x + 7 \geq 0$$

Т.к. $(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1) > 0$, а $|x^3 - 18x + 28| \geq 0$, то единственное верное решение уравнения это: если уравнение равно 0. Т.к. уравнение равно 0, то один из множителей равен точно 0. Т.к. $\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1 > 0$; то множитель равный 0, это $|x^3 - 18x + 28|$.

$|x^3 - 18x + 28| = 0$; $x^3 - 18x + 28 = 0$. Попробуем сгруппировать: $x^3 - 4x - 14x + 28 = 0$; $x(x^2 - 4) - 14(x - 2) = 0$.
 $x(x - 2)(x + 2) - 14(x - 2) = 0$; $(x - 2)(x(x + 2) - 14) = 0$;
 $(x - 2)(x^2 + 2x - 14) = 0$. Один из множителей данного ур-а равен 0 $\Rightarrow$ $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ x^2 + 2x - 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow x \neq 2$.
 $D = 4 + 4 \cdot 14 = 60$.

$$x - 2 = 0; x^2 + 2x - 14 = 0; D = 4 + 4 \cdot 14 = 60; \sqrt{D} = 2\sqrt{15} \Rightarrow$$

$$x = 2. \quad x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{15}}{2} = -1 - \sqrt{15}; \quad x_2 = \frac{-2 + 2\sqrt{15}}{2} = \sqrt{15} - 1$$

$x \neq$

Получаем 3 корня: $x_1 = -1 - \sqrt{15}$; $x_2 = \sqrt{15} - 1$; $x_3 = 2$.

Проверяем ОДЗ.

$$(-1 - \sqrt{15})^3 - 10(-1 - \sqrt{15}) + 7 \geq 0$$

$$-16 - 16\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - 30 + 10 + 10\sqrt{15} + 7 \geq 0$$

$-29 - 8\sqrt{15} \geq 0$; т.к. $-29 - 8\sqrt{15} < 0$; то данный корень не удовлетворяет ОДЗ. Проверим второй корень $(\sqrt{15} - 1)^3 - 10(\sqrt{15} - 1) + 7 \geq 0$.

$$16\sqrt{15} - 16 - 30 + 2\sqrt{15} - 10\sqrt{15} + 10 + 7 \geq 0$$

$$8\sqrt{15} - 29 \geq 0$$

Проверим, что больше $8\sqrt{15}$ или 29, возведём в квадрат оба числа. ~~64 - 15 = 841~~;

$$(8\sqrt{15})^2 = 960; 29^2 = 841 \Rightarrow 8\sqrt{15} > 29 \Rightarrow 8\sqrt{15} - 29 \geq 0$$

данный корень удовлетворяет ОДЗ.

Рассмотрим последний корень:

$$2^3 - 10 \cdot 2 + 7 \geq 0$$

$$8 - 20 + 7 \geq 0$$

$$15 - 20 \geq 0$$

$$-5 \geq 0 \Rightarrow$$

Данный корень не удовлетворяет ОДЗ $\Rightarrow$

Ответ: Решение неравенства: $x = \sqrt{15} - 1$.

Задача 4

$$2x^4 + x^2 - 6x - 3x^2|x-3| + 9 = 0.$$

$$(x-3)^2 + 2x^4 - 3x^2|x-3| = 0$$

Раскроем модуль. при $x-3 \geq 0$:

$$(x-3)^2 + 2x^4 - 3x^2(x-3) = 0; \text{ при } x-3 \leq 0: \Rightarrow$$

$$(x-3)^2 + 2x^4 + 3x^2(x-3) = 0; \text{ запишем в другом виде первое уравнение.}$$

$$(x-3)^2 + 2,25x^4 - 2 \cdot 1,5x^2(x-3) - 0,25x^4 = 0. \Rightarrow$$

$$(1,5x^2 - (x-3))^2 - 0,25x^4 = 0.$$

$$(1,5x^2 - x + 3 - 0,5x^2)(1,5x^2 - x + 3 + 0,5x^2) = 0 \Rightarrow$$

т.к. произведение равно 0, то один из множителей равен 0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - x + 3 = 0; \\ 2x^2 - x + 3 = 0; \end{cases} \quad D = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \Rightarrow$$

уравнение не имеет решений, $2x^2 - x + 3; D = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет решений $\Rightarrow$

При $x - 3 \geq 0$ нет корней уравнения

$$(x - 3)^2 + 2x^4 + 3x^2(x - 3) = 0, \text{ при } x - 3 < 0. \text{ Запишем}$$

$$\text{в другом виде: } 2,25x^4 + 2 \cdot 1,5x^2(x - 3) + (x - 3)^2 = 0,25x^4 = 0; \Rightarrow (1,5x^2 + x - 3)^2 - 0,25x^4 = 0$$

$$(1,5x^2 + x - 3 - 0,5x^2)(1,5x^2 + x - 3 + 0,5x^2) = 0$$

$$(x^2 + x - 3)(2x^2 + x - 3) = 0, \text{ т.к. произведение равно}$$

уравнение равно 0, то один из них равен 0 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x^2 + x - 3 = 0; \\ 2x^2 + x - 3 = 0; \end{cases} \quad D = 1 + 12 = 13; \sqrt{D} = \sqrt{13}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; 2x^2 + x - 3 = 0; D = 1 + 24 = 25;$$

$$\sqrt{D} = 5; \Rightarrow x_3 = \frac{-1 - 5}{2 \cdot 2} = -1,5; x_4 = \frac{-1 + 5}{2 \cdot 2} = 1; \text{ OR } 3: x - 3 < 0;$$

$$x < 3 \Rightarrow \text{т.к. } \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} < 3; -1,5 < 0; 1 < 0, \text{ т.о.}$$

Верно все корни уравнения.

$$\text{Ответ: } x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; x_3 = -1,5; x_4 = 1.$$

Задача 27.

$$\begin{cases} a^2 - 2ax - 6y + x^2 + y^2 = 0 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

Рассмотрим второе ур-ие - ур-ие окружности.
Рассмотрим первое ур-ие:

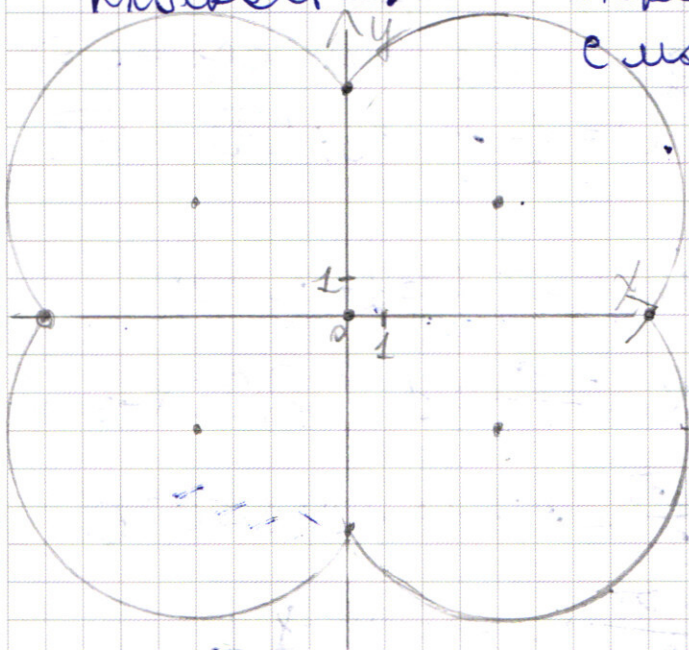
$$a^2 - 2ax + x^2 - 6y + y^2 = 0$$

$$(a - x)^2 + (y - 3)^2 - 9 = 0$$

$(x - a)^2 + (y - 3)^2 = 9$ - уравнение окружности с центром в точке $(a; 3)$ и радиусом.

$R = 3$. Второе ур-ие - окружность с центром $(4; 3)$ и радиусом $R = 5$.

Нарисуем второе ур-ие на координатной плоскости. Т.к. второе ур-ие окружности с модулем, т.о. раскроем его



$$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25$$

$$(x - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25, \text{ при } x \geq 0$$

$$(x + 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25, \text{ при } x < 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25, \text{ при } x \geq 0, y \geq 0$$

$$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25, \text{ при } x \geq 0, y < 0$$

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 25, \text{ при } x < 0, y \geq 0$$

$$(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 25, \text{ при } x < 0, y < 0$$

Т.к. первое ур-ие - окружности имеет координату центра $(a; 3)$.

и имеет радиус 3, т.о. окружность будет

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

имеет диаметр 6 и находится с $y=0$, до $y=6$; т.к. $3-3=0$, и $3+3=6$, $\Rightarrow$ при $a=0$, ~~окр~~
~~первое~~ уравнение имеет 2 решения
Проверим аналогичные, $x^2+(y-3)^2=9$, $(x-4)^2+(y-3)^2=25$
при $x \geq 0$, $y \geq 0$. ~~$x^2+y^2-6y+9=9$, $x^2-8x+16+y^2-6$~~
 $x^2+(y-3)^2=9$; $x^2-8x+16+(y-3)^2=25$; вычитая.
из второго первое ур-ие: $-8x+16=16 \Rightarrow$
 $x=0$; $y \geq 0$; $x=0$; $y=6$. Число эти ур-ия.
имели два решения надо чтобы они
пересекались друг друга. Пересекать
эти уравнения могут & справа от графика
($x \geq 0$; $y \geq 0$) и слева от графика ($x < 0$; $y \geq 0$) $\Rightarrow$
надо эти два ур-ия пересекаться надо чтобы
расстояние между координатами их
графиков были меньше. суммарно радиусов
 $\Rightarrow R_1+R_2=3+5=8$. Рассмотрим случай, когда
окружности лежат справа от графика.
($x \geq 0$; $y \geq 0$). Координата центра первой
окружности $(a; 3)$; координата центра
окружности при $x \geq 0$; $y \geq 0$; $(4; 3) \Rightarrow$
 $\sqrt{(4-a)^2+(3-3)^2} < 8 \Rightarrow (4-a)^2 < 64$; $4-a < 8$
 $|4-a| < 8$; при $4-a \geq 0$: $4-a < 8$; a

$|a-4| < 8$; при $a-4 \geq 0$; $a \geq 4$; $a-4 < 8 \Rightarrow 0 < 12$.

Т.к. при $a \geq 4$ до $a \leq 6$ первая окружность будет только касаться второй. Т.к.

радиус первой равен 3, $\Rightarrow$ 4 у системы

имеет ² решения при $a \in [6; 12)$. включая в
Т.к. при $a=6$ окружность касается окружности и касаются одной ^{части} графика.

Рассмотрим левую часть графика. ($x < 0$; $y \geq 0$)
При a $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$. Чтобы система

имела 2 решения надо, чтобы окружность

пересекала график, $\Rightarrow$ окружность пересекет

график, если расстояние между ^{координатами} ~~двух радиусов~~

будет меньше, чем сумма радиусов $\Rightarrow$

$R_1 + R_2 = 3 + 5 = 8 \Rightarrow$ координата центра 1-ой окружности

$(a; 3)$; координата ^{центра} второй окружности

$(4; 3) \Rightarrow \sqrt{(-4-a)^2 + (3-3)^2} < 8 \Rightarrow |a+4| < 8 \Rightarrow$

при $a+4 > 0$; $a+4 < 8$; $a < 4$ при $a+4 < 0$;

$a+4 > -8$; $a > -12$. Т.к. ^{при $a < -4$} ~~при $a < 4$~~ до $a \geq 6$.

Окружность лишь касается графика, т.е.

решение верное при $a \in (-12; -6]$; включая, т.к.

при $a=6$ окружность касается графика в двух

местах. $\Rightarrow$ Ответ: $a \in [-12; -6] \cup [0; 0] \cup [6; 12)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

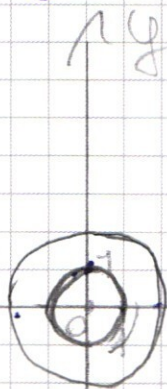
Задание 1

Координаты $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ и $M_0(2; 0)$ - находятся на,
в пространстве. Окружностей пчелы и шмеля $\Rightarrow$
у шмеля также описан центр $O(0; 0)$. $\Rightarrow$ найдём R .

$$\sqrt{\left(0 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$\sqrt{(0-2)^2 + (0-0)^2} = 2, \Rightarrow R_1 = 1; R_2 = 2. \Rightarrow \text{ур-ия.}$$

Два окружностей $x^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow$



Т.к. Шмель и Пчела движутся
в радиальном направлении,
то они когда-либо будут
встречаться именно в этих

точках M_0 и M_1 . $\Rightarrow$.

$$l_1 = 2\pi R_1 = 3,14 \cdot 2 \cdot 1 = 6,28;$$

$$l_2 = 2\pi R_2 = 3,14 \cdot 2 \cdot 2 = 12,56$$

Скорость пчелы в 1,5 раза больше скорости
шмеля $\Rightarrow v_{\text{шм}} = v$, $v_{\text{пч}} = 1,5 v_{\text{шм}} \Rightarrow$

Период пчелы $T_{\text{пч}} = \frac{6,28}{1,5 v_{\text{шм}}}$; $T_{\text{шм}} = \frac{12,56}{v_{\text{шм}}} \Rightarrow$

$$\frac{T_{\text{пч}}}{T_{\text{шм}}} = \frac{6,28 \cdot v_{\text{шм}}}{1,5 v_{\text{шм}} \cdot 12,56} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{пчела в 3 раза.}$$

Овстречается полный

Крст.

Задача 4.

$$ax + 2y + cz = c$$

$$3x + by + 4z = 4b.$$

$$y = \frac{c - cz - ax}{2}$$

$$y = \frac{4b - 4z - 3x}{b}.$$

$$\frac{c - cz - ax}{2} = \frac{4b - 4z - 3x}{b}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

$$2x^4 + x^2 - 6x - 3x^2 / (x-3) + 9 = 0$$

$$ax + 2y + cz = c$$

$$3x + 6y + 4z = 4b$$

$$\begin{cases} 2y = c - cz - ax \\ 6y = 4b - 4z - 3x \end{cases}$$

$$y = \frac{c - cz - ax}{2}$$

$$y = \frac{4b - 4z - 3x}{6}$$

$$\frac{4b - 4z - 3x}{6} = \frac{c - cz - ax}{2}$$

$$\frac{4(b-z) - 3x}{6} = \frac{c(1-z) - ax}{2}$$

$$\frac{4(b-z) - 3x}{6} = \frac{c(1-z) - ax}{2}$$

$$\frac{4(b-z) - 3x}{6} = \frac{c(1-z) - ax}{2}$$

$$8b - 8z = 6c - 6cz - 3ax$$

$$3ax + 6cz - 6c + 8b - 8z = 0$$

$$2(6c - 8) + 6(ax - c + 8) = 0$$

$$(1,5x^2 - x + 3)^2 - 0,25x^4 = 0$$

$$1,5x^2 - x + 3 - 0,25x^2 = 0$$

$$1,5x^2 - x + 3 + 0,25x^2 - x + 3 = 0,25x^4 = 0$$

$$(1,5x^2 - x + 3 - 0,25x^2)(1,5x^2 - x + 3 + 0,25x^2) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - x + 3 = 0 \\ 2x^2 - x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$1 - 12 < 0$$

$$1 - 24 < 0 \Rightarrow$$

$$2x^4 + x^2 - 6x - 3x^2 / (x-3) + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 + 2x^4 - 3x^2(x-3) = 0$$

$$(x-3)^2 + x^2(2x^2 - 3(x-3)) = 0$$

$$2x^2 - 3(x-3) = \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

$$3(x-3) = 2x^2 + \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

$$3x - 9 = 2x^2 + \frac{(x-3)^2}{x^2}; \text{ при } x-3 \geq 0$$

$$3x - 9 = \frac{x^2 - 3^2}{x^2} - 2x^2; \text{ при } x-3 < 0$$

$$y = \frac{4z - 3x}{6} = \frac{c(1-z) - ax}{2}$$

$$\begin{aligned} c &= 8 \\ a &= 3 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$4x^2 - 8(xz3)$$

$$3(x-3) - 2x^2 + (x-3)^2 = 0$$

$$2x^4 - 3x^2(x-3) + (x-3)^2 = 0$$

$$x > 3 \text{ не берем}$$

$$3x^2(x-3) + 2x^4 + (x-3)^2 = 0$$

$$(1,5x^2 + x - 3)^2 + 0,25 - 0,25x^4 = 0$$

$$(1,5x^2 + x - 3 - 0,5x^2) / (1,5x^2 + x - 3 + 0,5x^2) = 0$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$1 + 12 = 13$$

$$1 + 24 = 25$$

$$\frac{-1 - 2\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 + 2\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 - 5}{4} = -1,5$$

$$\frac{-1 + 5}{4} = 1$$

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 2} + 1) \cdot (\sqrt{x^3 - 18x + 28}) \leq 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 10x + 2 \quad x + 2 \\ x^3 + 2x^2 \quad \hline -2x^2 - 10x + 2 \\ -2x^2 - 4x \quad \hline 6x + 2 \\ 6x + 12 \quad \hline -10 \end{array}$$

$$x^3 - 4x - 14x + 28$$

$$x(x^2 - 4) - 14(x + 2)$$

$$x(x - 2)(x + 2) - 14(x + 2) = (x + 2)(x(x - 2) - 14)$$

$$(a; 3) \quad (1; 3)$$

$$a^2 - 2ax - 6y + x^2 + y^2 = 0$$

$$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25$$

$$(|x| - 4 + |y| - 3)^2 - 2 \cdot |x| \cdot |y| = 25$$

$$|x|^2 - 8|x| + 16 + |y|^2$$

$$|x| - 4 + |y| - 3 =$$

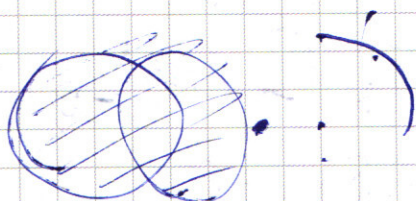
$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = (x - 4)^2 + (y - 3)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 6y + 9 - 9 = 0$$

$$(x - a)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

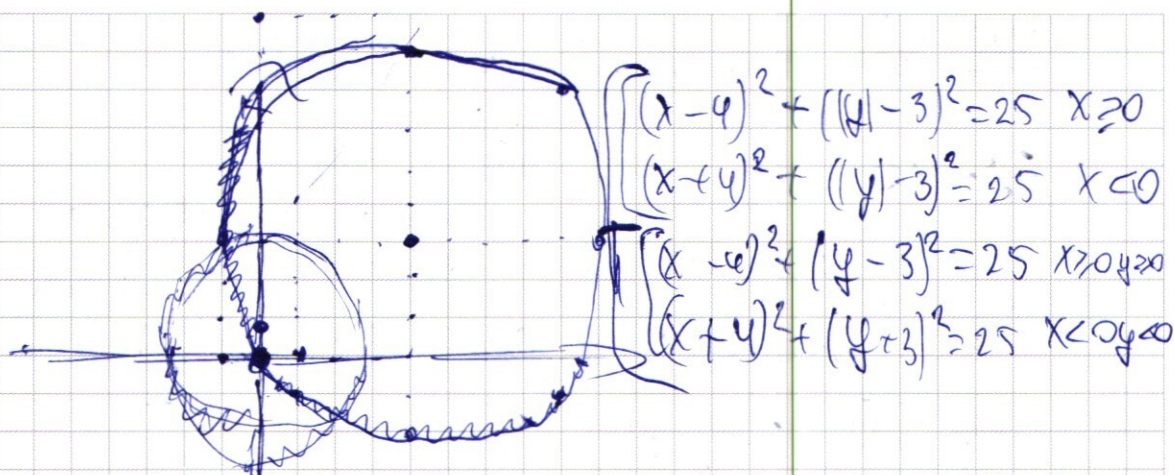
$$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25$$

$$|x|^2 + |y|^2 = 25$$



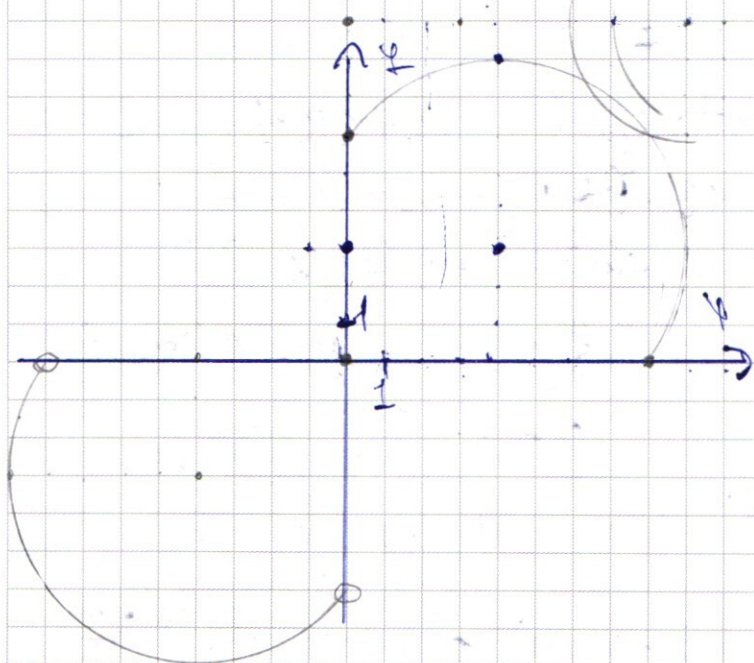
$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(a; g) \cdot (4; 3) > 8$$

$$\sqrt{a^2 + 4^2}$$



$$\sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2}$$

$$(4-a)^2 < 98$$

$$\sqrt{(4-a)^2 + (3-g)^2} < 8$$

$$a^2 - 8a + 16 + 36 > 64$$

$$a^2 - 8a - 12 > 0 \quad a^2 - 8a + 12 = 0$$

$$64 - 48 = 16 \quad \frac{8-4}{2} = 2$$

$$\frac{8-4}{2} = 2 \Rightarrow a \geq 2$$

$$\frac{8+4}{2} = 6 \Rightarrow a \leq 6$$

$$a \geq 2 \quad a > 2 \quad a < 6$$

$$a = 6 \quad 6 \leq a > 2$$

$$a \in (2; 6)$$

$$\frac{350}{6} = \frac{175}{3} = 58\frac{1}{3}$$

58 - 6 - минимум. 170 - 58 =

$$\frac{350}{5} = 70 - \text{минимум. либо все } \boxed{5}$$

$$\frac{140}{2} = 70$$

$$|a - 4| < 8$$

$$a < 12 \text{ при } a > 4.$$

$$a - 4 > -8$$

$$a < 4.$$

$$a > 4; \text{ при } a < 4.$$

все 2, и меньше

все 1 и все 2, 3+1, 4+1+1, 5+1+1+1, 6+1+1+1+1

$$\frac{140}{5} = \boxed{28} \quad \frac{140}{4} = 35$$

$$28 - 6 + 42 - 1$$

$$35 - 5 + 35 - 1$$

$$\begin{cases} ax + 2y + cz = c \\ 3x + by + 4z = 4b \end{cases}$$

$$2y = c - cz - ax$$

$$by - 4b = -3x - 4z$$

$$2y = c(1 - z) - ax$$

$$b(y - 4) = -3x - 4z$$

$$ax + 2y + cz + 3x + by + 4z = c + 4b$$

$$ax + 3x + 2y + by + 4b + cz + 4z - c = 0$$

$$x(a + 3) + by + 2y - by + 2by + 4b +$$

$$x(a + 3) + b(y + 4) + 2y + c(z - 1) + 4z = 0$$

$$x(a + 3) + b(y + 4) + 2y + c(z - 1) + 4z = 0$$

$$x -$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x - 14) = 0$$

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1) \cdot |x^3 - 18x + 28| \leq 0 \quad \boxed{x = -2}$$

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1)(x^3 - 18x + 28) \leq 0; \text{ при } x > 0 \quad \frac{1 - 28c}{2 + 28c}$$

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1)(x^3 - 18x + 28) \geq 0 \text{ при } x < 0$$

$$x^3 + 4x - 10x + 7$$

$$\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1 \leq 0$$

$$|x^3 - 18x + 28| \geq 0$$

$$\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1 \geq 0$$

$$x^3 - 18x + 28 \leq 0$$

$$x + 2 \geq 0 \quad x^2 - 2$$

$$x^2 - 2x + 14 \geq 0$$

$$x + 2 \leq 0 \quad x \leq -2$$

$$x^2 - x + 4 \leq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\sqrt{x^3 - 10x + 7} + 1) \cdot |x^3 - 18x + 28| \leq 0 \Rightarrow$$

$$x^3 - 18x + 28 = 0.$$

$$x^3 - 4x - 14x + 28 = 0$$

$$x(x-2)(x+2) - 14(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2 + 2x - 14) = 0$$

$$\begin{cases} x-2=0 & x=2 \\ x^2+2x-14=0 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 14 = 0$$

$$4 + 56 = 60 \quad 4 \cdot 15$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 56}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{60}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{15}}{2} = -1 \pm \sqrt{15}$$

$$16\sqrt{15} - 16 - 30 + 2\sqrt{15} - 10\sqrt{10} + 10 + 7 \geq 0$$

$$18\sqrt{15} - 10\sqrt{15} - 29 \geq 0$$

$$x + 2y + 3z + 4a + 5b = 70$$

$$x + 2y + 3z + 4a + 5b$$

$$x^3 - 10x + 7 \geq 0.$$

$$x(x^2 - 10) + 7 \geq 0$$

$$x^3 - 4x - 6x + 7 \geq 0$$

$$8 - 20 + 7 \geq 0 \text{ не выполняется.}$$

$$(-1 - \sqrt{15})^3 - 10(-1 - \sqrt{15}) + 7.$$

$$(1 + 2\sqrt{15} + 15)(-1 - \sqrt{15}) + 10 + 10\sqrt{15} + 7.$$

$$-16 - 16\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - 30 + 10 + 10\sqrt{15} + 7 \geq 0$$

$$16 + 2\sqrt{15}$$

$$\text{не выполняется}$$

$$15 - 2\sqrt{15} + 1$$

$$(15 - 2\sqrt{15})(\sqrt{15} - 1) - 10(\sqrt{15} - 1) + 7 \geq 0$$

$$16\sqrt{15} - 16 - 30 + 2\sqrt{15} - 10\sqrt{15} + 10 + 7 \geq 0$$

$$\begin{cases} 2y = c - cz - ax \\ 3x + 4z = 4b - by \end{cases}$$

$$2y = c(1-z) - ax$$

$$3x + 4z = b(4-y)$$

$$3x + 4z + 2y = c(1-z) - ax + b(4-y)$$

$$3x + 4z + 2y = c - cz - ax + 4b - by$$

$$3x + 4z + 2y = -ax - cz - by + c + 4b$$

Пусть $c = -4b$

$$3x + 4z + 2y = -ax + 4bz - by - 4b + 4b$$

$$3x + 4z + 2y = -ax + 4bz - by$$

$$3x - ax + 4z - cz + 2y - by = c + 4b$$

$$x(3-a) + z(4-c) + y(2-b) = c + 4b$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{x^3 - 10x + 7} \leq -1 \text{ не год} \Rightarrow$$

$$\sqrt{x^3 - 10x + 7} \geq -1$$

$$x^3 - 18x + 25 \leq 0$$

$$x^3 - 10x + 6 \geq 0$$

$$x^3 - 18x + 25 \leq 0 \quad (x+2)(x^2-2x-4) \geq 0$$

$$x^3 - 10x + 6$$

$$\frac{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}{a} = \frac{1}{a} \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -10$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 = 6$$

$$x_1(x_2 - 1) + x_2(x_3 - 1) + x_3(x_1 - 1) = 16$$

$$\text{Пусть } x_1 = 0$$

$$x_2 x_3 - x_2 - x_3 = 16$$

$$-x_3 + x_2 x_3 - x_2 = 16$$

$$\text{Если } x_1 = 0, \text{ то } x_2 = 0, x_3 = -16$$

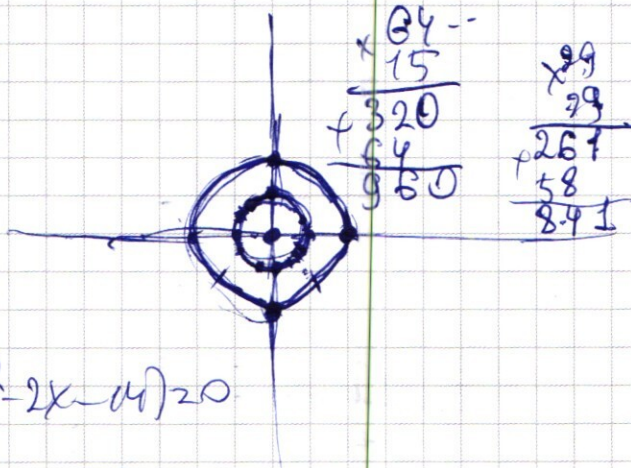
$$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$$

$$l = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 = 12,56$$

$$2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28$$

$$\frac{12,56}{v_{\text{ш}}}; \frac{6,28}{v_{\text{ш}}} \Rightarrow \frac{12,56}{v_{\text{ш}}} \cdot \frac{6,28}{v_{\text{ш}}} =$$

масса 5 в 3 раза < чем



$$O(0;0)$$

$$\left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \quad R = 1$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

у-не.
масса.
масса.

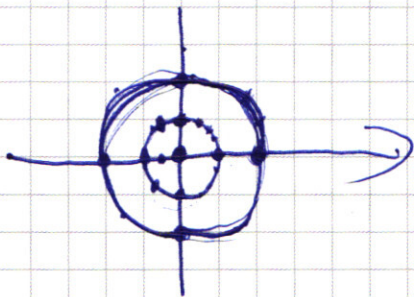
$$\left(0 - 2\right)^2 + \left(0\right)^2 =$$

$$x^2 + y^2 = 24$$

$$v_{\text{ш}} = \frac{15}{5} \text{ км/ч}$$

$$\frac{6,28}{15} = \frac{12,56}{3}$$

$$\frac{4,18}{v_{\text{ш}}}$$



$$y = \frac{c - c_1 - ax}{2}$$

$$y = \frac{4b - 4c - 3x}{6}$$

$$\frac{4b - 4c - 3x}{6} = \frac{c - c_1 - ax}{2}$$

$$\frac{8b - 8c - 6x}{12} = \frac{c - c_1 - ax}{2}$$

$$b = 1$$

$$c = 8$$

$$a = -6$$

$$\frac{8 - 8c - 6x}{2} = \frac{8 - 8c - 6x}{2}$$

$$\frac{100}{c} = \frac{50}{3} \Rightarrow 16\frac{2}{3}\%$$

$$\frac{100}{12}$$

$$\frac{100}{20 \cdot 6} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21} \%$$

$$(a-3) (4-3)$$

$$4(4-a)^2 + 0 < 8$$

$$a^2 - 8a + 16 < 64$$

$$a^2 - 8a - 48 < 0$$

$$64 + 192 = 256$$

$$2 \cdot 134$$

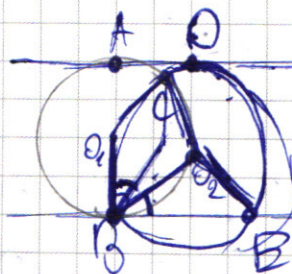
$$4 \cdot 62$$

$$\frac{8-16}{2} = -4$$

$$\frac{8+16}{2} = 12$$

$$a > 12$$

$$a < 0$$



$$\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{R_1}{\frac{1}{2}} \cdot \tan \alpha = \frac{5}{4}$$

$$R_1 = \frac{5}{8} \tan \alpha$$

