

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

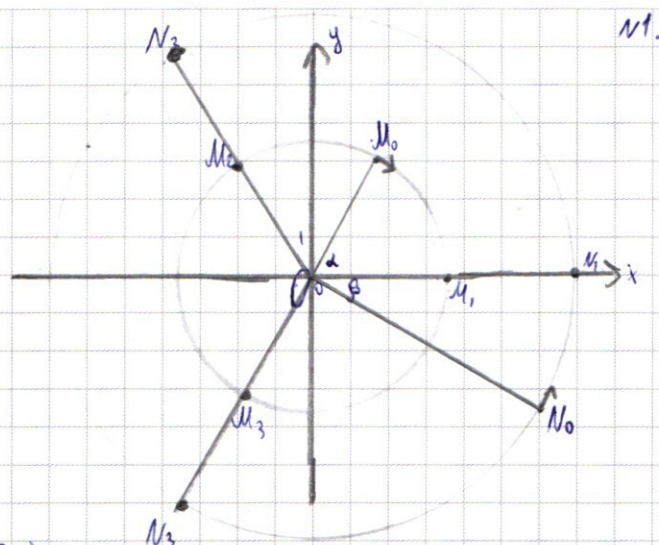
$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$M_0(\sqrt{3}; 3)$$

$$N_0(6; -2\sqrt{3})$$

$$R_1 = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$R_2 = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ \text{ или } \beta = 150^\circ, \text{ что не подходит по рис.}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{2\pi R_2}{2\pi R_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2, \text{ значит, если синус за время } t \text{ продвигается на } 2^\circ, \text{ то}$$

секунда за такое же время проделит 1° .

Через 30 ± 10 синус пройдет по часовой стрелке $2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$, а секунда против часовой $1 \cdot 30^\circ = 30^\circ$ и попадут в точки M_1 и N_1 соответственно (на ось Ox).

После этого, через 120 ± 10 сек. синус будет на $360^\circ - 2 \cdot 120^\circ = 120^\circ$ от ON_1 (против часовой стрелки), а секунда будет на $0 + 1 \cdot 120^\circ = 120^\circ$ от OM_1 (против часовой стрелки) и попадут в точки M_2 и N_2 соответственно.

Запомним, что расстояние между точками кратчайшее $\Leftrightarrow O; M_i; N_i$ лежат на одной прямой (это следует из неравенства треугольника).

Назовём момент времени, когда расстояние между птицами наименьшее, ~~первой~~ ~~второй~~ встречей

$$-30 + xt = 60 - 2xt$$

$$3xt = 90$$

$$t = \frac{30}{x}$$

До первой встречи пройдёт $30t$ (с)

Птицы попадут на O_x (в точки M_1 и N_1)

$$0 + xt = 360 - 2xt$$

$$3xt = 360$$

$$xt = 120$$

Пройдёт ещё $120t$ сек. и произойдёт вторая встреча. (птицы попадут в точки M_2 и N_2)

$$120 + xt = 480 - 2xt$$

$$3xt = 360$$

$$xt = 120 \text{ с}$$

С момента второй встречи прошло ещё $120t$ сек и произошла 3-я встреча (точки M_3 и N_3).

Встречи происходят каждые 120° ($0^\circ; 120^\circ; 240^\circ; 0^\circ; \dots$) и ~~каждые~~ ~~каждый~~ в эти моменты положение самолёта N_1, N_2, N_3 ,

$$N_1 (R_2 \cdot \cos 0^\circ; 0) \text{ или } N_1 (4\sqrt{3}; 0)$$

$$N_2 (R_2 \cdot \cos 120^\circ; R_2 \sin 120^\circ) \text{ или } N_2 (-\frac{1}{2}R_2; \frac{\sqrt{3}}{2}R_2) \equiv N_2 (-2\sqrt{3}; 6)$$

$$N_3 (R_2 \cdot \cos 240^\circ; R_2 \sin 240^\circ) \text{ или } N_3 (-\frac{1}{2}R_2; -\frac{\sqrt{3}}{2}R_2) \equiv N_3 (-2\sqrt{3}; -6).$$

$$\text{Ответ: } (4\sqrt{3}; 0); (-2\sqrt{3}; 6); (-2\sqrt{3}; -6).$$

№5

$$7000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

П.к. числа 2, 5, 7 - простые и любое из произведений $2 \cdot 5; 2 \cdot 7; 5 \cdot 7; 5 \cdot 5$ не

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

является цифрой, значит ~~восьмизначное~~ перестановка цифр искомого
восьмизначного числа имеет вид $\underbrace{2225571}_A; \underbrace{2455571}_B; \underbrace{3555711}_C$.

Искомое число = сумме перестановок чисел A, B, C.

$X = A + B + C$. Заметим, что ~~первое~~ количество перестановок чисел A и C одинаково,
т.к. Если в числах A все ^{цифры} ~~цифры~~ "2" поменять на "1", а цифра "1" поменять на "3", то
получим перестановки числа C, $X = 2A + B$,

Количество перестановок числа 22255571:

$$\text{посчитаем количество перестановок числа } 222555. \text{ Оно равно } C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20; \text{ на каждую из таких перестановок найдётся 7 дру}$$

их, в которых кроме 222555 есть еще цифра 7; количество перестановок
числа $2225557 = 20 \cdot 7 = 140$; а на каждую из таких перестановок
найдётся 8 других, в кот есть 1; количество перестановок числа 22255571
равно $140 \cdot 8 = 1120$.

$$A = 1120$$

$$X = 2A + B = 2 \cdot 1120 + B = 2240 + B.$$

Количество перестановок числа 55511247:

$$\text{Аналогично, оно равно } C_8^3 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 60 \cdot 56 = 3360$$

$$B = 3360$$

$$X = 2240 + 3360 = 5600.$$

Ответ: 5600.

N2.

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases} \begin{cases} 2(a-b)x + 6y - a = 0 \\ 3bx + (a-b)y - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

$$A_1 = 2(a-b) \quad A_2 = 3b$$

$$B_1 = 6 \quad B_2 = (a-b)b$$

$$C_1 = -a \quad C_2 = -1$$

Система имеет бесконечно много решений при совпадающих прямых.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}; \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{C_1}{C_2}; \quad \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\frac{2(a-b)}{3b} = \frac{a}{(a-b)b} \quad \begin{cases} 2(a-b) = 3ab \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{ab} = \frac{ab}{2} \\ ab(a-b) = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} (ab)^2 = 4 \\ (a-b)ab = 6 \end{cases}$$

$$\frac{6}{(a-b)b} = a$$

$$\begin{cases} ab = 2 \\ (a-b)ab = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} ab = 2 \\ a-b = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = b+3 \\ b^2 + 3b - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = -2 \\ (a-b)ab = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} ab = -2 \\ a-b = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 - 3b + 2 = 0 \\ a = b-3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$b^2 + 3b - 2 = 0$$

$$b^2 - 3b + 2 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$b = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\text{Ответ: } (-2; 1); (-1; 2); \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right); \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right).$$

N3.

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10; \quad x^3-16x+25 \geq 0$$

$$(x+5)^2(x^3-16x+25) = 4(x^2+3x-10)^2$$

$$(x^2+10x+25)(x^3-16x+25) = 4(x^4+9x^2+100+6x^3-20x^2-60x)$$

$$(x^2+10x+25)(x^3-16x+25) = 4(x^4+6x^3-11x^2-60x+100)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100 \quad | \quad x^2 + 10x + 25 \\
 \underline{-x^4 + 10x^3 + 25x^2} \\
 -4x^3 - 36x^2 - 60x \\
 \underline{-4x^3 - 40x^2 - 100x} \\
 4x^2 - 40x + 100 \\
 \underline{-4x^2 + 40x + 100} \\
 0
 \end{array}$$

$$(x^2 + 10x + 25)(x^3 - 16x + 25) = 4(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 10x + 25)$$

$$x = -5 - \text{корень}$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - x - 3) = 0$$

$$x = 3 - \text{корень}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 4x^2 + 0x + 9 \quad | \quad x-3 \\
 \underline{-x^3 + 3x^2} \\
 -x^2 + 0x + 9 \\
 \underline{-x^2 + 3x} \\
 -3x + 9 \\
 \underline{-3x + 9} \\
 0
 \end{array}$$

Проверка на $x^3 - 16x + 25 \geq 0$

$$x = -5 \quad -125 + 80 + 25 = 105 - 125 \leq 0 - \text{не подходит}$$

$$x = 3 \quad 27 + 25 - 48 = 52 - 48 = 4 \geq 0 - \text{подходит}$$

$$\begin{aligned}
 x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \quad x^3 - 16x + 25 &= x(x^2 - 16) + 25 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \left(\frac{1 + 2\sqrt{13} + 13}{4} - 16 \right) + 25 = \frac{7 + \sqrt{13} - 32}{2} \\
 \cdot \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 25 &= \frac{(\sqrt{13} - 25)(\sqrt{13} + 1) + 100}{4} = \frac{13 + \sqrt{13} - 25\sqrt{13} - 25 + 100}{4} = \frac{88 - 24\sqrt{13}}{4} = 22 - 6\sqrt{13}
 \end{aligned}$$

$$22 \vee 6\sqrt{13}$$

$$22 > 6\sqrt{13}; 22 - 6\sqrt{13} > 0 \quad x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} - \text{подходит}$$

$$4 \cdot 121 \vee 36 \cdot 13 \quad 484 > 468$$

$$x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad x^3 - 16x + 25 = x(x^2 - 16) + 25 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \left(\frac{1-2\sqrt{13}+13}{4} - 16 \right) + 25 =$$

$$= \left(\frac{1-\sqrt{13}-32}{2} \right) \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2} \right) + 25 = \underbrace{\frac{-(\sqrt{13}+25)(1-\sqrt{13})}{4}}_A + 25 = \frac{(\sqrt{13}+25)(\sqrt{13}-1)+100}{4} \quad \textcircled{=}$$

$$\sqrt{13}+25 > 0; \quad \sqrt{13}-1 > 0; \quad \text{и} \quad (\sqrt{13}+25)(\sqrt{13}-1) > 0$$

$$= A + 25 > 0 \quad x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} - \text{не подходит.}$$

$$\text{Ответ: } x=3; \quad x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}; \quad x = \frac{1-\sqrt{13}}{2}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$$

$$6x^4+x^2+2x-5x^2/x+1+1 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 6x^4-5x^3-4x^2+2x+1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ 6x^4+5x^3+6x^2+2x+1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ (x-1)(6x^3+x^2-3x-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b)x+6y=a \\ 3bx+(a-b)by=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a-2(a-b)x}{6} \\ y = \frac{1-3bx}{(a-b)b} \end{cases}$$

II) $a=b$

$$\begin{cases} x+by=a \\ 3ax=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=a-by \\ 3a(a-by)=1 \end{cases}$$

$$3a^2-18ay-1=0$$

I) $a=b$ $by=a$

$$3ax=1 \quad 3 \cdot by \cdot x=1 \quad 18xy=1$$

подходит

$$7 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 7000$$

II) $b=0$

$$\begin{cases} 2ax+6y=a \\ 0+0=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(-7)x+6y=1 \\ 3(-8)x+(-8)(-7)y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14x+6y=1 \\ -24x+56y=1 \end{cases}$$

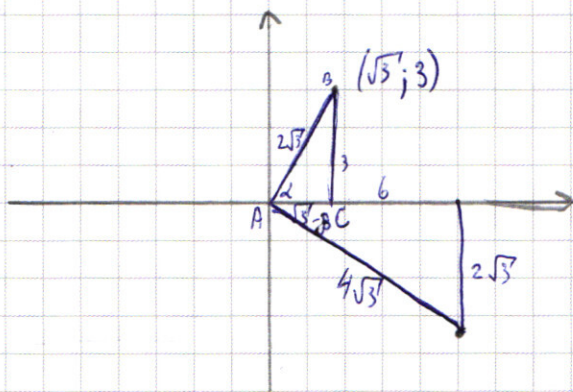
III) $\frac{a-2(a-b)x}{6} = \frac{1-3bx}{(a-b)b}$

$$ab(a-b)-2bx(a-b)^2 = 6-18bx$$

$$a^2b-ab^2-2a^2bx+4ab^2x-2b^3x-6+18bx=0$$

$$(18b-2b(a-b)^2)x = 6-ab(a-b) \quad x = \frac{6-ab(a-b)}{18b-2b(a-b)^2} = \frac{6-a^2b+ab^2}{2b(9-(a-b)^2)}$$

2 2 2



$$C_1 = 2\pi \cdot R_1$$

$$C_2 = 2\pi \cdot R_2$$

$$R_1 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

$$R_2 = \sqrt{6^2 + 4 \cdot 3} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{R_2}{R_1} = 2$$

$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 2\sqrt{3} \\ x_2^2 + y_2^2 = 4\sqrt{3} \\ y = Kx \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \quad \left[\begin{array}{l} \beta = 30^\circ \\ \beta = 150^\circ \end{array} \right. \text{ - не подходит}$$

$$(330 + t) \% 360 = (60 - 2t) \% 360$$

$$330 - 30 + t = 60 - 2t \quad 3t = 90$$

$$t = 30$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

2 2 2 5 5 5 7

$$8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 20$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$$56 \cdot 20 = 1120$$

20

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= 2(a-b) \\ B_1 &= 6 \\ C_1 &= -a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= 3b \\ B_2 &= (a-b)b \\ C_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{a_1x + c_1}{b_1}$$

$$y = -\frac{a_2x + c_2}{b_2}$$

$$\frac{2(a-b)}{3b} = \frac{6}{(a-b)b} = \frac{a}{1}$$

$$2a - 2b = 3ab$$

$$2a - 3ab = 2b$$

$$a(2 - 3b) = 2b$$

$$a = \frac{2b}{2 - 3b}$$

$$ab(a-b) = 6$$

$$\frac{2b^2 \left(\frac{2b - 2b + 3b^2}{2 - 3b} \right)}{2 - 3b} = 6$$

$$\frac{2b^2 \cdot 3b^2}{(2 - 3b)^2} = 6$$

$$5b^4 - 54b^2 + 36b - 24 = 0$$

$$5 \cdot 16 = 80$$

$$80$$

$$5 \cdot 81 - 54 \cdot 9 + 36 \cdot 3 - 24 = 0$$

$$405 - 486 + 108 - 24 = -81 + 108 - 24 =$$

$$x^3 + 0x^2 - 16x + 25 = 0$$

$$x^3 + 0x^2 - 16x + 25 = 0$$

$$(5; 12)$$

$$(x-5)^2 + (y-12)^2 = 169$$

$$\begin{cases} x \in [0; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+5)^2 + (y-12)^2 = 169 \end{cases}$$

$$A_1 = 2(a-b)$$

$$A_2 = 3b$$

$$B_1 = 6$$

$$B_2 = (a-b)b$$

$$C_1 = -a$$

$$C_2 = -1$$

$$\frac{6}{(a-b)b} = a$$

$$ab(a-b) = 6$$

$$t_1 t_2 = 6$$

$$ab = t_1$$

$$(a-b) = t_2$$

$$t_1 t_2 = 6$$

$$\frac{2t_2}{3b} = a$$

$$2t_2 = 3t_1$$

$$3t_1 = 2t_2$$

$$t_2 = 1.5t_1$$

$$1.5t_1^2 = 6$$

$$t_1^2 = \frac{6}{1.5} = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4$$

$$t_1 = \pm 2$$

$$\begin{cases} ab = \pm 2 \\ a-b = 1.5ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 2 \\ a-b = 1.5ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 2 \\ a-b = 4 \end{cases} \begin{cases} b^2 + 3b - 2 = 0 \\ a = b + 3 \end{cases}$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$b = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} ab = -2 \\ a-b = -3 \end{cases} \begin{cases} a = b - 3 \\ b^2 - 3b + 2 = 0 \end{cases} \begin{cases} D = 9 - 8 = 1 \\ b = \frac{3 \pm 1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 2 \\ a = -1 \end{cases} \begin{array}{r} < 36 \\ & 13 \\ & \underline{103} \\ & 36 \\ & \underline{469} \end{array}$$

$$\begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100 \\ \underline{x^4 + 5x^3} \\ -x^3 - 11x^2 - 60x + 100 \\ \underline{-x^3 + 5x^2} \\ -16x^2 - 60x + 100 \\ \underline{-16x^2 - 80x} \\ 20x + 100 \\ \underline{-20x + 100} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} x+5 \\ \underline{x^3 + x^2 - 16x + 20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 16x + 20 \\ \underline{-x^3 + 5x^2} \\ -4x^2 - 16x + 20 \\ \underline{-4x^2 - 20x} \\ 4x + 20 \\ \underline{4x + 20} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} x+5 \\ \underline{x^2 - 4x + 4} \end{array}$$