

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Вокруг птичьей кормушки в одной плоскости с ней по двум окружностям с одинаковой скоростью летают синица и снегирь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой кормушка (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Синица движется по часовой стрелке, а снегирь – против. В начальный момент времени синица и снегирь находятся в точках $M_0(\sqrt{3}; 3)$ и $N_0(6; -2\sqrt{3})$ соответственно. Определите координаты всех положений снегиря, в которых расстояние между птицами будет кратчайшим.
2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a, \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $\frac{1}{2}(x+5)\sqrt{x^3-16x+25} = x^2+3x-10$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $6x^4 + x^2 + 2x - 5x^2|x+1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 7000. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 7 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x+y+5| + |x-y+5| \leq 10, \\ (|x|-5)^2 + (|y|-12)^2 = 169. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

$$\frac{1}{2} (x+5) \cdot \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x^2 + 3x - 10$$

Заметим, что $x^2 + 3x - 10 = (x-2) \cdot (x+5)$

Тогда:

$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25} = (x-2) \cdot (x+5)$$

1) $x = -5$

$0 = 0 \Rightarrow$ подходит

2) $x \neq -5$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2$$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x-2)^2$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

Заметим, что $x=3$ - корень данного уравнения ($3^3 - 4 \cdot 3^2 + 9 = 27 - 36 + 9 = 0$). Тогда, заметим:

$$x^3 - 4x^2 + 9 = (x-3) \cdot (x^2 - x - 3)$$

$$(x-3) \cdot (x^2 - x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x-3=0 \\ x^2-x-3=0, D=13 \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{13}}{2} \end{cases} - \text{из кв. ур-я}$$

В итоге, имеем корни: $x=3$, $x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$, $x=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$

Ответ: $3; -5; \frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

(см. далее)

Задача № 5

Заметим, что $4000 = 4 \cdot 1000 = 4 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Зная, что 4000 — произведение цифр ~~восьмизначного~~ ^{восьмизначного} числа, состоит из произведения семи простых чисел, поймём, что ещё одной цифрой (помним тем, что уже удовлетворяют в числе из-за разложения 4000 на простые множители) будет обязательно 1.

Имеем, что все наши восьмизначные числа будут состоять из $4, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 1$.
 $\underbrace{2, 2, 2}_{\text{тройки}} \quad \underbrace{5, 5, 5}_{\text{тройки}}$

Тогда, посчитаем сколько всего таких восьмизначных чисел.

Будем составлять какое-то восьмизначное число и, соответственно, считать число способов.

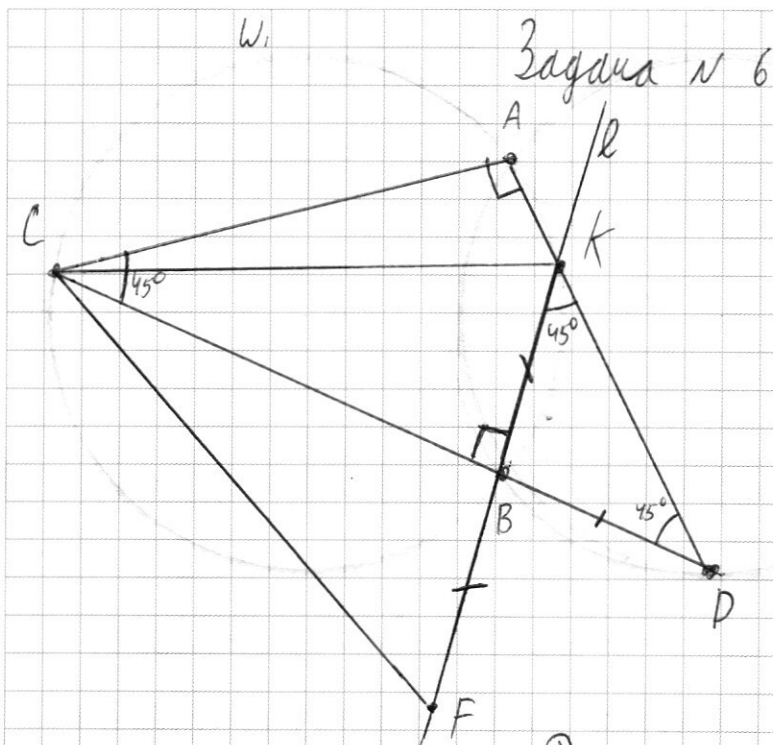
- 1) Существует C_8^3 вариантов расставить ~~цифры~~ ^{цифры} в нашем числе.
- 2) После расставления 5, существует C_5^3 способа расставить ~~цифры~~ ^{цифры} (т.к. 5 было 3, то мест осталось свободных $(8-3)=5$).
- 3) После расставления ~~цифры~~ ^{цифры} 5 и 2, остаётся два пустых места для 4 и 1. Их можно в каждом случае расставить 2 способами.

$$\begin{aligned} \text{В итоге, всего таких чисел может быть: } & C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 = \\ & = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2 = \frac{8! \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = \\ & = 56 \cdot 20 = 1120 \end{aligned}$$

Ответ: 1120 чисел

(ш. данел)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: W_1, W_2
 $r_1 = r_2 = r$
 $W_1 \cap W_2 = A, W_1 \cap W_2 = B$
 $C \in W_1, D \in W_2, B \in CD$
 $\angle CAD = 90^\circ$
 $l \perp CD, B \in l$
 $F \in l, BD = BF$ (А и F — по разн. сто-
 ронам от л. CD)

Найти: CF

Решение:

- П.к. $r_1 = r_2$ (окружности одинаковы), то очевидно (п.к. $AB = \text{const}$), что $\angle ABW_1 = \angle ABW_2 \Rightarrow \angle ADB = \angle ACB$ (опираются на равные хорды в равных кругах). } $\Rightarrow$
- Также по условию, $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle ADB + \angle ACB = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADB = 45^\circ$
- Пусть $AD \cap W_1 = K$. Тогда, п.к. $\angle CAK = 90^\circ$, то CK — диаметр.
 П.к. $l \perp CD$, и она где-то пересекает W_1 (например, некая точка K'), то CK' — диаметр. Но у нас уже есть диаметр CK $\Rightarrow$
 $\Rightarrow K$ и K' — совпадают $\Rightarrow l \cap W_1 \cap AD = K$
- П.к. из 1 пункта док-ва $\angle ADC = 45^\circ$, а угол $KBD = 90^\circ$ (п.к. $BK \perp CD$), то $\angle BKD = 90 - 45 = 45^\circ = \angle ADC \Rightarrow \triangle BKD = \triangle BCD$ ($BK = BD$)
- По условию, $BF = BD$. Мы доказали, что $BD = BK \Rightarrow BK = BF$. (см. далее)

~~Также, по условию $FK \perp CB$ и $BK = BF$~~

Так как $CB \perp FK$, и $BK = BF \Rightarrow CB$ - высота и медиана в треугольнике $\triangle KBF \Rightarrow \triangle KBF - \text{равнобедренный}$ ($BK = BF$).

Из 1 пункта знаем, что CK - диаметр $\Rightarrow CK = 2 \cdot R = 14 = CF$

Ответ: 14

Задача №2

$$\begin{cases} 2(a-b)x + 6y = a \\ 3bx + (a-b)y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot \frac{(a-b)}{a} \cdot x + \frac{6y}{a} = 1 & (1) \\ 3bx + (a-b)y = 1 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что и (1), и (2), являются уравнениями прямых вида: $ax + by = c$.

П.к. нам нужно найти a и b такие, чтобы в системе было бесконечное кол-во решений, то наши прямые должны полностью совпадать. П.к. мы видим равенство свободных коэффициентов c и c ($1=1$), то становится ясно, что для выполнения условия совпадения прямых, коэффициенты при x и при y должны быть попарно равны у ~~пары~~ (1) со (2) уравнениями, т.е.:

$$\begin{cases} 2 \cdot \frac{a-b}{a} = 3b \\ \frac{6}{a} = (a-b)b \end{cases} \quad \begin{cases} (a-b) = \frac{3}{2}ab \\ 6 = (a-b)ab \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3}(a-b) = ab \\ 6 = \frac{2}{3}ab \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3}(a-b) = ab \\ (a-b)^2 = 9 \end{cases} \quad (3)$$

$$(3) : (a-b)^2 = 9$$

$$1. a-b=3 \quad 2. a-b=-3$$

$$a=b+3 \quad \text{или} \quad a=b-3$$

Вернёмся в систему:

$$\begin{cases} a=b+3 \\ 2b+6-2b=3(b^2+3b) \\ a=b-3 \\ 2b-6-2b=3(b^2-3b) \end{cases} \quad \begin{cases} a=b+3 \\ 3b^2+9b-6=0 \\ a=b-3 \\ 3b^2-9b+6=0 \end{cases} \quad (\text{см. далее})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} a=b+3 \\ 3b^2+9b-6=0 \\ a=b-3 \\ 3b^2-9b+6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=b+3 \\ b^2+3b-2=0 \quad (4) \\ a=b-3 \\ b^2-3b+2=0 \quad (5) \end{cases}$$

(4): $b^2+3b-2=0$

Решим кв. ур-е:

$$D=9+8=17$$

$$b_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Вернёмся в систему:

$$\begin{cases} a=b+3 \\ b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b+3 \\ b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ a=b-3 \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ a = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ b = \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

И.е., из первой системы
вытекают две пары ответов:
 $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{17}}{2})$ и $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-\sqrt{17}}{2})$

(5):

$$b^2-3b+2=0$$

Решим кв. ур-е:

~~$9-9=0$~~ Сумма коэффициентов $= 0 \Rightarrow b_1=1$
 $b_2=2$

Вернёмся в систему:

$$\begin{cases} a=b-3 \\ b=1 \\ b=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-3 \\ b=1 \\ a=b-3 \\ b=2 \end{cases}$$

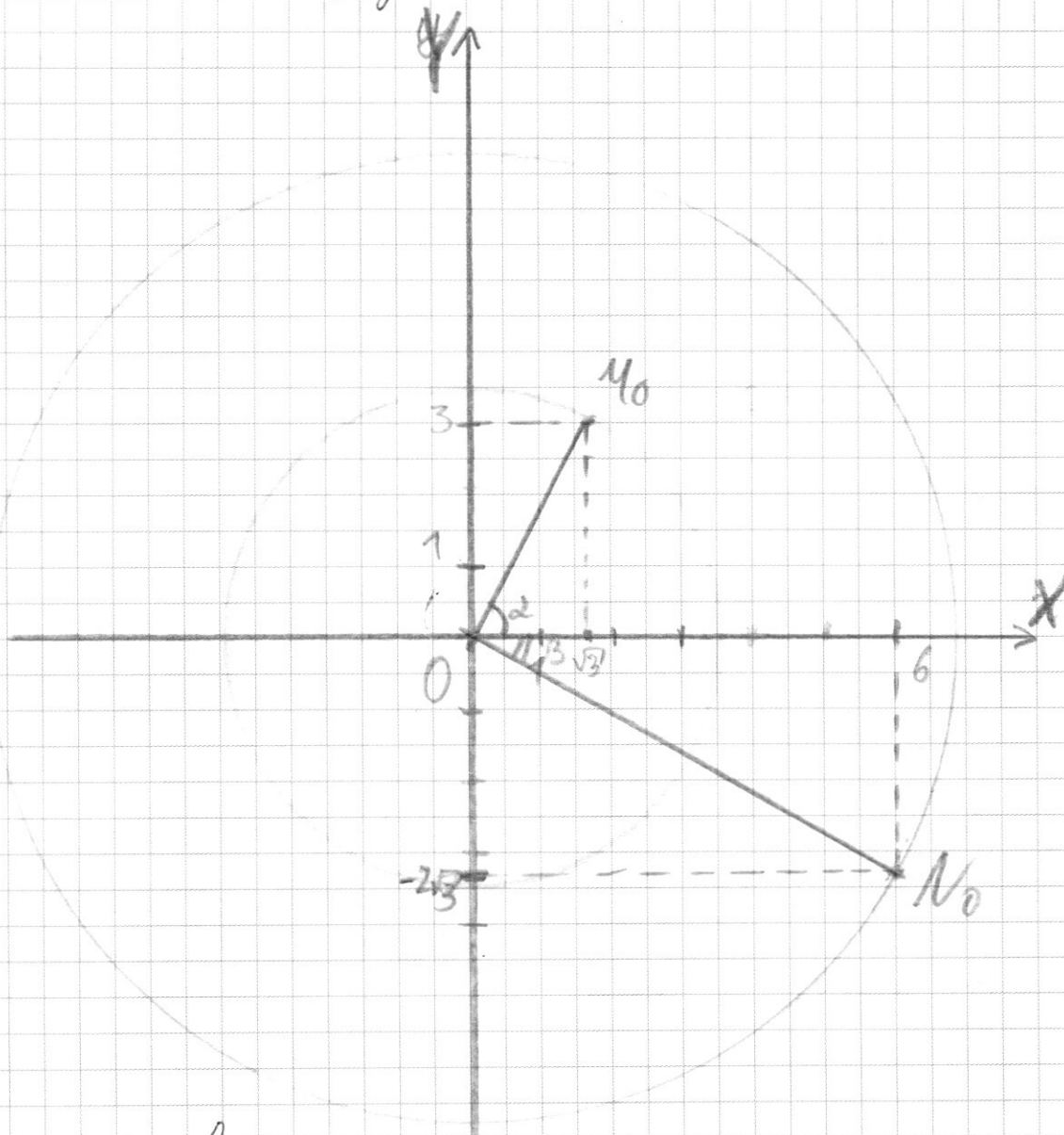
$$\begin{cases} a=-2 \\ b=1 \\ a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

И.е., из второй системы вытекают
ещё две пары ответов:

$(-2; 1)$ и $(-1; 2)$. В итоге, 4 ответа.

Ответ: $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3+\sqrt{17}}{2})$, $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-\sqrt{17}}{2})$, $(-2; 1)$, $(-1; 2)$ (и.галь)

Задача №1



Для начала, вычислим радиусы траекторий:

$$OM_0 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$ON_0 = \sqrt{6^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} ON_0 &= 2 OM_0 \\ V_{\text{внеш.}} &= V_{\text{внут.}} = V \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Пусть $\angle M_0 O X = \alpha$, $\angle N_0 O X = \beta$.

$$\Rightarrow \omega_{\text{внут.}} = \frac{V_{\text{внут.}}}{ON_0} = \frac{2V}{ON_0} =$$

~~Задача~~

$$= 2 \cdot \frac{V_{\text{внеш.}}}{OM_0} = 2 \cdot \omega_{\text{внеш.}},$$

где $\omega_{\text{внут.}}$ и $\omega_{\text{внеш.}}$ — скорости движения по окружностям,

т.е. $\omega_{\text{внут.}} = 2 \omega_{\text{внеш.}}$

Также заметим, что $\left\{ \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{3}{\sqrt{3}} = \tan 60^\circ \\ \alpha &< 90^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow \alpha = 60^\circ,$

(см. далее)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Также, заметим что $\left\{ \begin{array}{l} \tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \beta < 90^\circ \end{array} \right. = \tan 30^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ$

$\left. \begin{array}{l} \alpha = 60^\circ \\ \beta = 30^\circ \\ W_{\text{шк}} = W_{\text{скел.}} \end{array} \right\} \Rightarrow$ скорости u и v ~~векторы~~ ~~будут~~

находясь на наименьшем расстоянии, когда будут на оси Ox , прямые будут они ~~или~~ одновременно, т.е.:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 60^\circ = 2 \cdot 30^\circ = 2\beta \\ W_{\text{шк}} = 2W_{\text{скел.}} \end{array} \right. \Rightarrow t_{\text{шк}} = \frac{L}{W_{\text{шк}}} = \frac{2\beta}{2W_{\text{шк}}} = \frac{\beta}{W_{\text{скел.}}} = t_{\text{скел.}}$$

При этом, координата ~~шкел.~~ ~~будет~~ ~~вектор~~ $(v_2, 0)$, где v_2 - радиус траектории ~~шкел.~~, т.е. $v_2 = ON_0 = 4\sqrt{3}$.
Итак, первая координата - ~~(4\sqrt{3}; 0)~~ $(4\sqrt{3}; 0)$

Далее, заметим, что следующая точка, где они будут лежать на одной прямой с O (а значит, находятся на наименьшем друг от друга расстоянии), когда $\angle NOX = 120^\circ$, ~~где~~ где N - ~~это~~ ~~не~~ ~~метоположение~~ ~~у~~ ~~шкел.~~, т.е. $\left\{ \begin{array}{l} W_{\text{шк}} = 2W_{\text{скел.}} \\ t_{\text{шк}} = t_{\text{скел.}} = t \end{array} \right. \Rightarrow 2W_{\text{скел.}} \cdot t + W_{\text{скел.}} \cdot t = 360^\circ$
 $W_{\text{скел.}} \cdot t = 120^\circ$ (шкел. "проемлет" 120°)

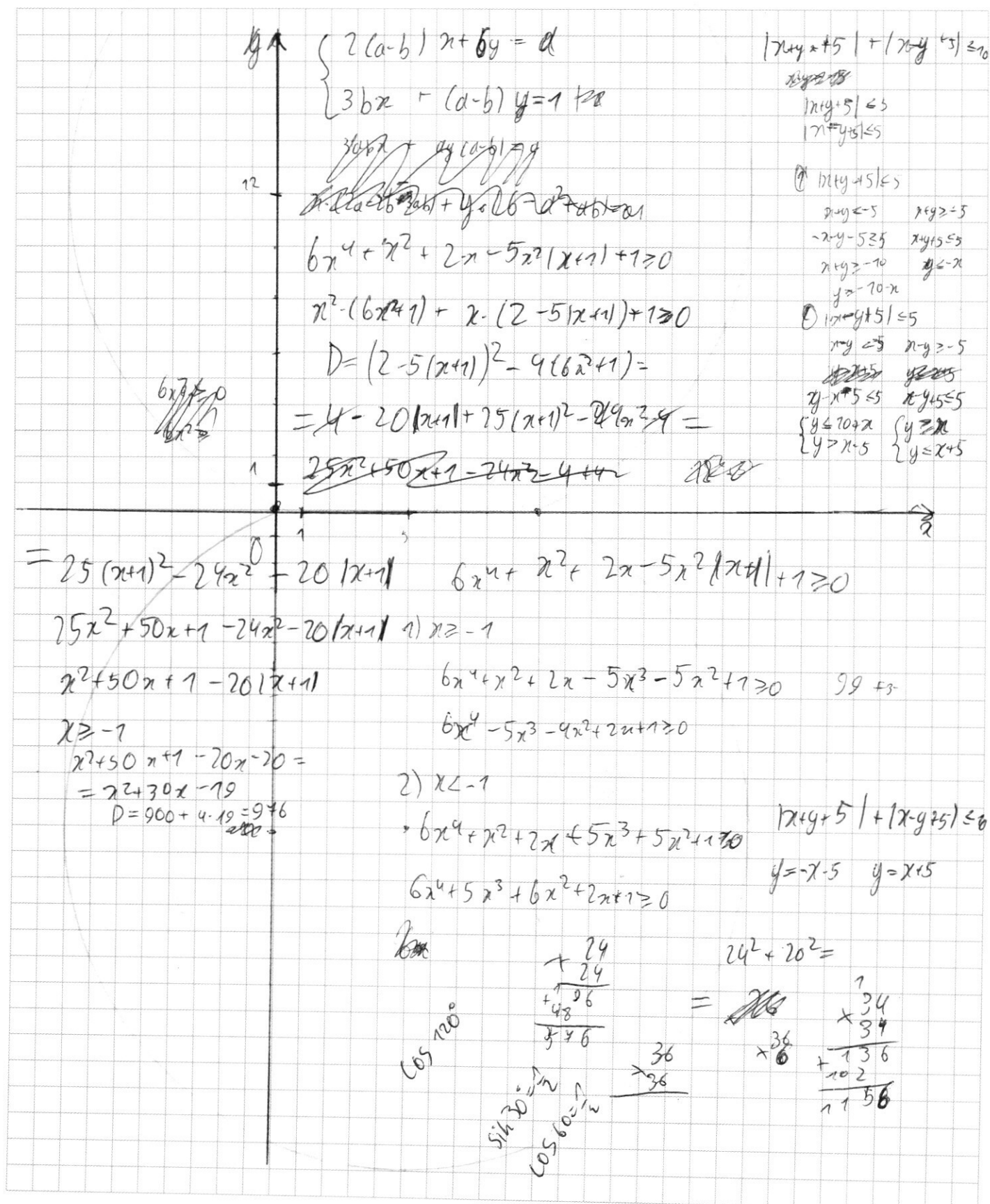
Тогда, координата ~~шкел.~~ ~~будет~~ ~~двигается~~ точка с координатами $(4\sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ; 4\sqrt{3} \cdot \sin 120^\circ)$, т.е. $(-2\sqrt{3}; 6)$.

Аналогично, во следующей "встречи" шкел. проемлет еще 120° по окружности, а значит теперь его координата будут $(4\sqrt{3} \cdot \cos 240^\circ; 4\sqrt{3} \cdot \sin 240^\circ)$, т.е. $(-2\sqrt{3}; -6)$. (См. далее)

После "встречи" в 240° градусах, следующая встреча произойдёт уже в 360° градусах ~~и~~ случай, который уже рассматривался. В итоге, ~~пересечения~~ "встречи" закончатся и начнут повторяться $\Rightarrow$ Всего 3 точки, в которых между ними будет минимальное расстояние:

Ответ: ~~$(4\sqrt{3}; 0)$~~ ^{$(4\sqrt{3}; 0)$} , $(-2\sqrt{3}; 6)$, $(-2\sqrt{3}; -6)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$M_0: x_1^2 + y_1^2 = 12, r_1 = 2\sqrt{3}$$

$$N_0: x_2^2 + y_2^2 = 48, r_2 = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow L_{\text{мин}} = r_2 - r_1 = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2} = 2\sqrt{3}, \quad \begin{matrix} x_n = ? \\ y_n = ? \end{matrix}$$

$$\sqrt{x_n^2 - 2x_n x_m + x_m^2 + y_n^2 - 2y_n y_m + y_m^2} = 2\sqrt{3}$$

$$= 12$$

$$\left. \begin{matrix} x_n^2 + y_n^2 = 48 \\ x_n^2 + y_n^2 = 12 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_n^2 + y_n^2 + x_m^2 + y_m^2 - 2x_n x_m - 2y_n y_m = 12 \\ 60 - 2(x_n x_m + y_n y_m) = 12 \end{matrix}$$

$$-2(x_n x_m + y_n y_m) = -48$$

$$-2(x_n x_m + y_n y_m) = -48$$

$$x_n x_m + y_n y_m = 24$$

$$y_n = k x_n$$

$$x_n x_m + x_n x_n \cdot k^2 = 24$$

$$y_m = k x_m$$

$$(x_n + x_m) \cdot (k^2 + 1) = 24$$

$$0 = 2b_2q - b_2p + x_2 - q_2x_1$$

$$q_2x_1 - x_2 = 2b_2q - b_2p$$

$$\frac{b_2}{x_2q - 1} = \frac{x_2}{b_2 - p}$$

$$\frac{b_2}{x_2q - 1} = 7$$

$$\frac{x_2}{b_2 - p} = 7$$

$$x_2 = (3x + 9)q$$

$$p = b_2x + 2$$

$$1 = b_2q + 7b_2p$$

$$p = b_2q + x_2$$

$$q - 10 = 7$$

$$0 \leq x_2 + (1 + k)5 - 1 + 2x_1 \geq 2x$$

$$k = \tan \alpha$$

$$\begin{aligned} 2x_2 &= 12q_2 - 9p_2 + 8x_1 + 11p_1 + x_1p_1 \\ 2x_2 &= 12(9 - p_2) + 8x_1 + 11p_1 + x_1p_1 \end{aligned}$$

$$x^2 + 3x - 10$$

$$N_3$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \Rightarrow (x-2) \cdot (x+5)$$

$$: (x-2)$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x+5} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = (x-2) \cdot (x+5)$$

$$1) x = -5$$

$$0 = 0$$

$$2) x \neq -5$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^3 - 16x + 25} = x - 2$$

$$\sqrt{x^3 - 16x + 25} = 2(x-2)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^3 - 16x + 25 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^3 - 4x^2 + 9 = 0$$

$$(x-3) \cdot (x^2 - x - 3) = 0$$

$$x = (9-p)q_2 + x_2q_1$$

$$x_2 = 6(9-p) + 18q_1 + x(9-p)q_1$$

$$x_2 = 54 - 6p + 18q_1 + x(9-p)q_1$$

$$1 = (9-p)q_1 + x_2q_1$$

$$1 = 6(9-p) + 18q_1 + x(9-p)q_1$$

$$p = 9 + x(9-p)q_1$$

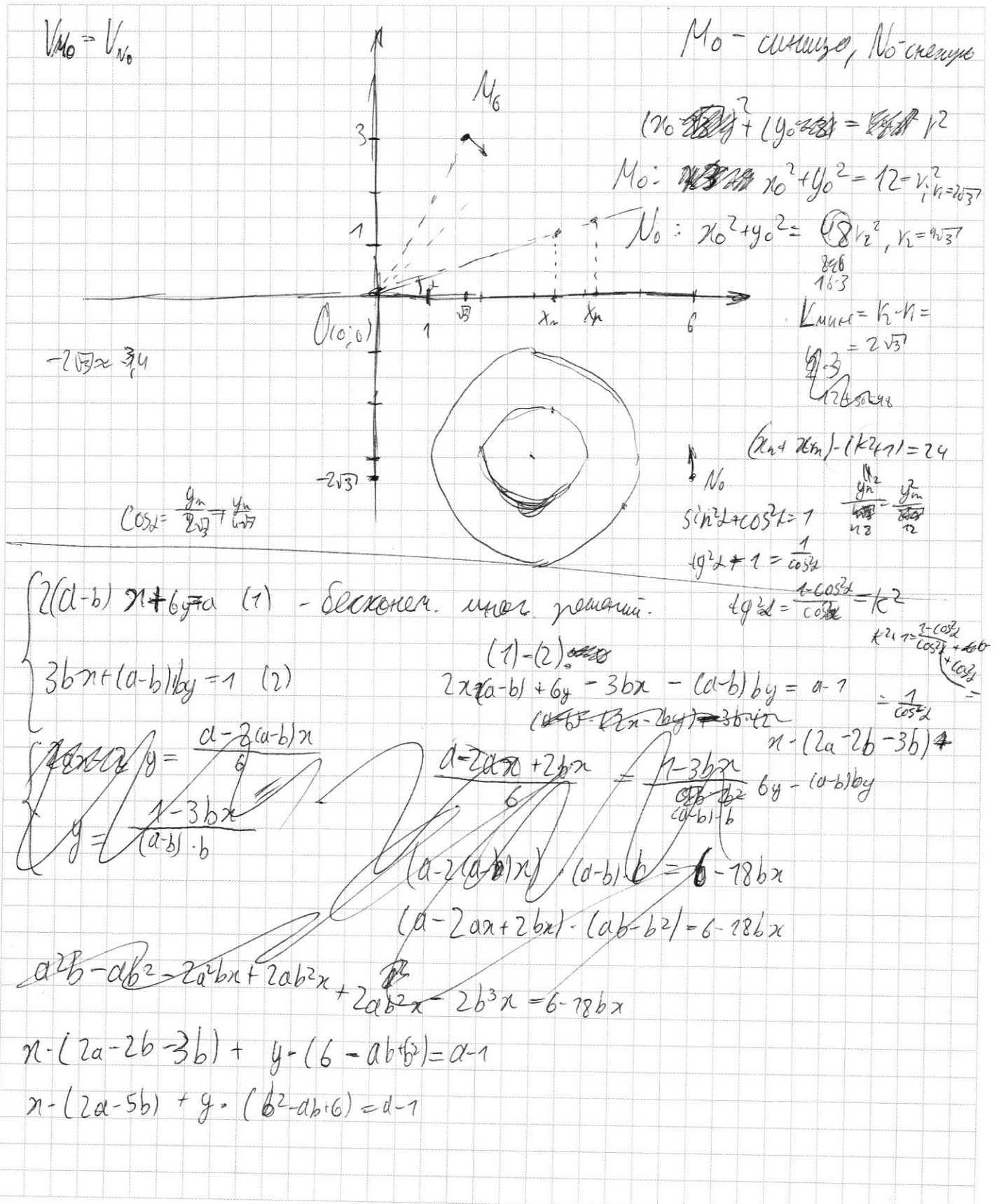
$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 49 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$x_2 = 4$$

$$343 = 4 \cdot 49 - 14$$

$$2 \cdot 4 - 4 \cdot 9 + 9$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{1}{2} (x+5) \sqrt{x^3 - 16x + 25}$$

$$x^3 - 16x + 25 =$$

$\lambda = 1$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{10} = 43.3$$

N5

$$4000 = 4 - 1000 =$$

$$= 4 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

7-2-2-2.5+5.5+5•1

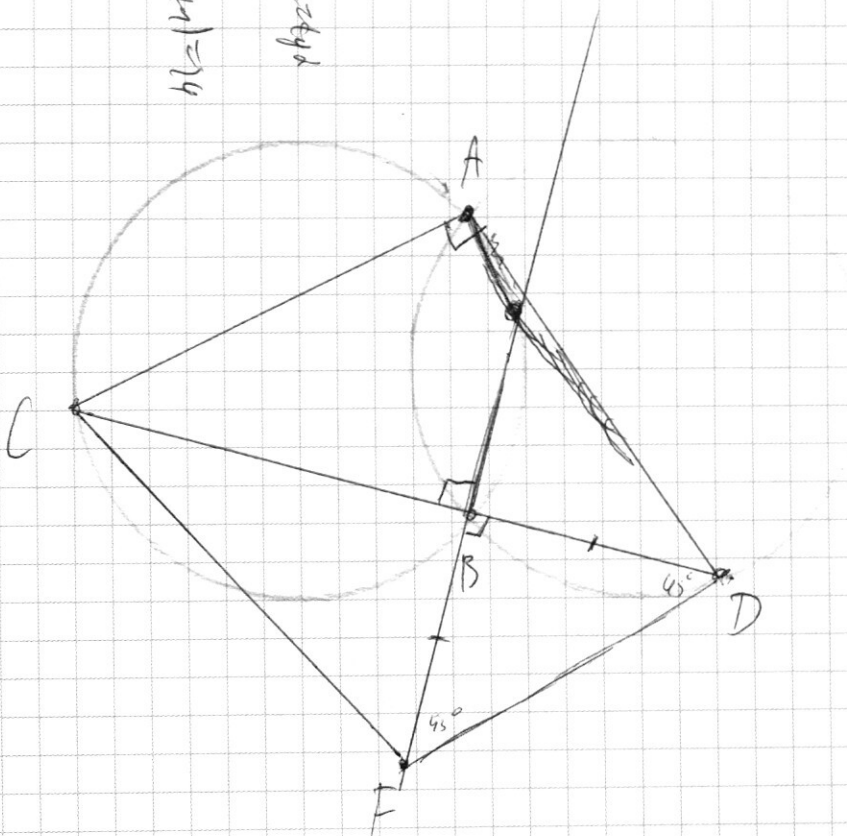
8 цифр.

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$$

$$= 20 \cdot 56 = 1120$$

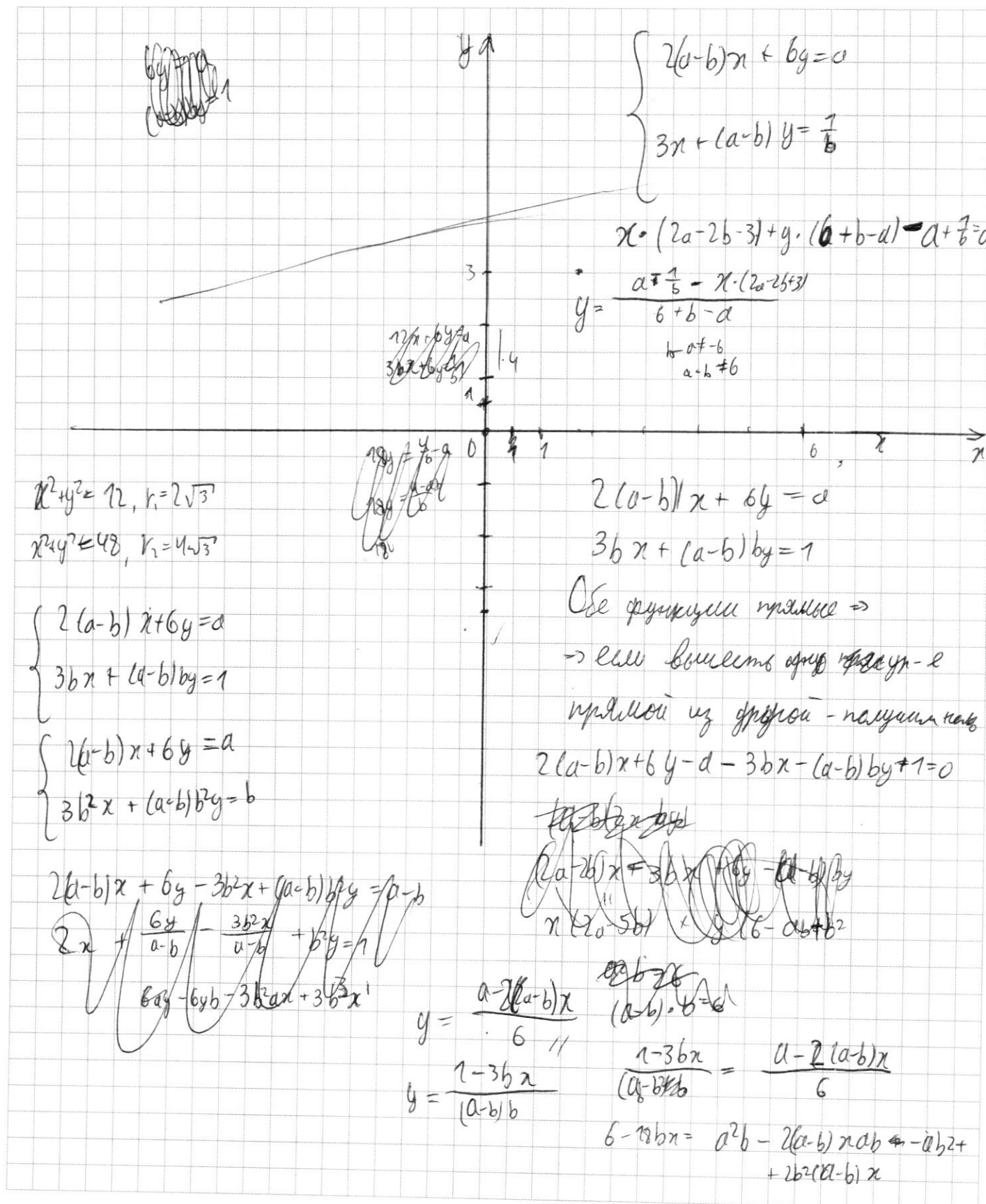
$$(n + m) \cdot (2 + 1) = 24$$

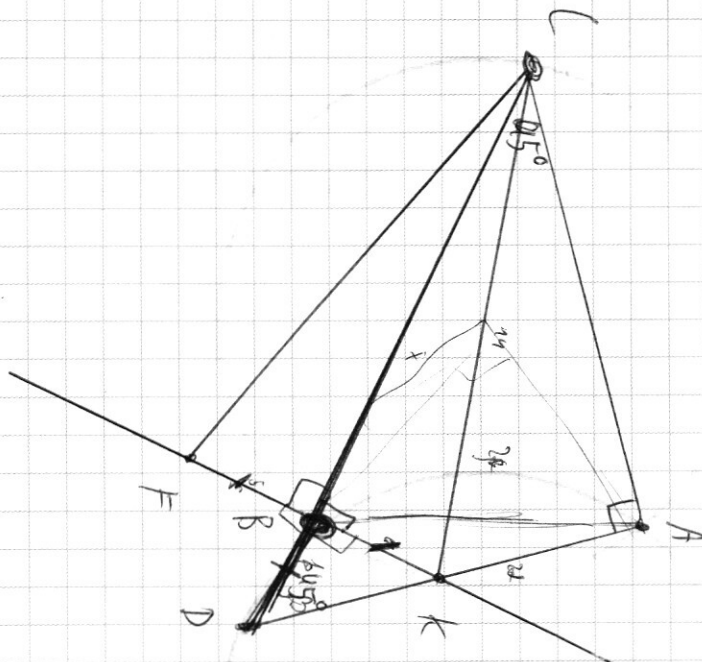
Кзыд



h' g' s' n' x' z' v

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\angle AB = 45^\circ$

$$x^2 - 24x^2 + 201x + 11 = 0$$

$$D = 11 - 4(6x^2 - 51x + 11) = -24x^2 + 201x + 11$$

$$x^2 \cdot (6x^2 + 1) + 2x + 1 \geq 0$$

$$6x^4 + x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$CF = \sqrt{x^2 + b^2}$$

$$a^2 + b^2 = CF^2$$

$$3ab = 2a - b$$

$$3b = \frac{a}{2a - b}$$

$$-3bx + (a - b)by = 1$$

$$2 \frac{a(a - b)}{x} + \frac{a}{b}y = 1$$

$$x < -1$$

$$(a - b)(2xy + 3(x + y)) = a + \frac{a}{b}$$

$$\begin{cases} 3x + (a - b)y = \frac{a}{b} \\ 2(a - b)x + 6y = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3bx + (a - b)by = 1 \\ 2(a - b)x + 6y = a \end{cases}$$

$$a_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$b_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$a = 9 + 8\sqrt{17}$$

$$b = 9 + 8\sqrt{17}$$

$$c = 9 + 8\sqrt{17}$$

$$3b^2 + 9b = c$$

$$5(6 + 3b) = 2b + 6 - 2b$$

$$3ab = 2a - 2b$$

$$1) a = b + 3$$

$$3(6 + 3b) = 2b + 6 - 2b$$

$$a = b + 3$$

$$a - b = 3$$

$$2(a - b)^2 = 18$$

$$\frac{3}{2(a - b)^2} = 6$$

$$a \cdot b \cdot (a - b) = 6$$

$$a^2 b - b^2 a = 6$$

$$ab - b^2 = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = 9(9 - a)$$

$$a - b = 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

$$a = b + 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2(a-b)x + by = a \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2(a-b)}{a}x + \frac{b}{a}y = 1 \\ 3bx + (a-b)by = 1 \end{cases}$$

{

П.к. прямые совпадают, но

$$\begin{cases} \frac{2(a-b)}{a} = \frac{3b}{a} \\ \frac{b}{a} = (a-b)b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-b) = 3b \\ b = (a-b)b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3ab = 2(a-b) \\ (a-b) \cdot ab = 6 \end{cases}$$

$$\frac{2}{3}(a-b)^2 = 6$$

$$(a-b)^2 = 9$$

$a \Rightarrow$

$$ax + by = c$$

$$by = c - ax$$

$$y = \frac{c - ax}{b} = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x = \frac{c}{b_1} - \frac{a_1}{b_1}x$$

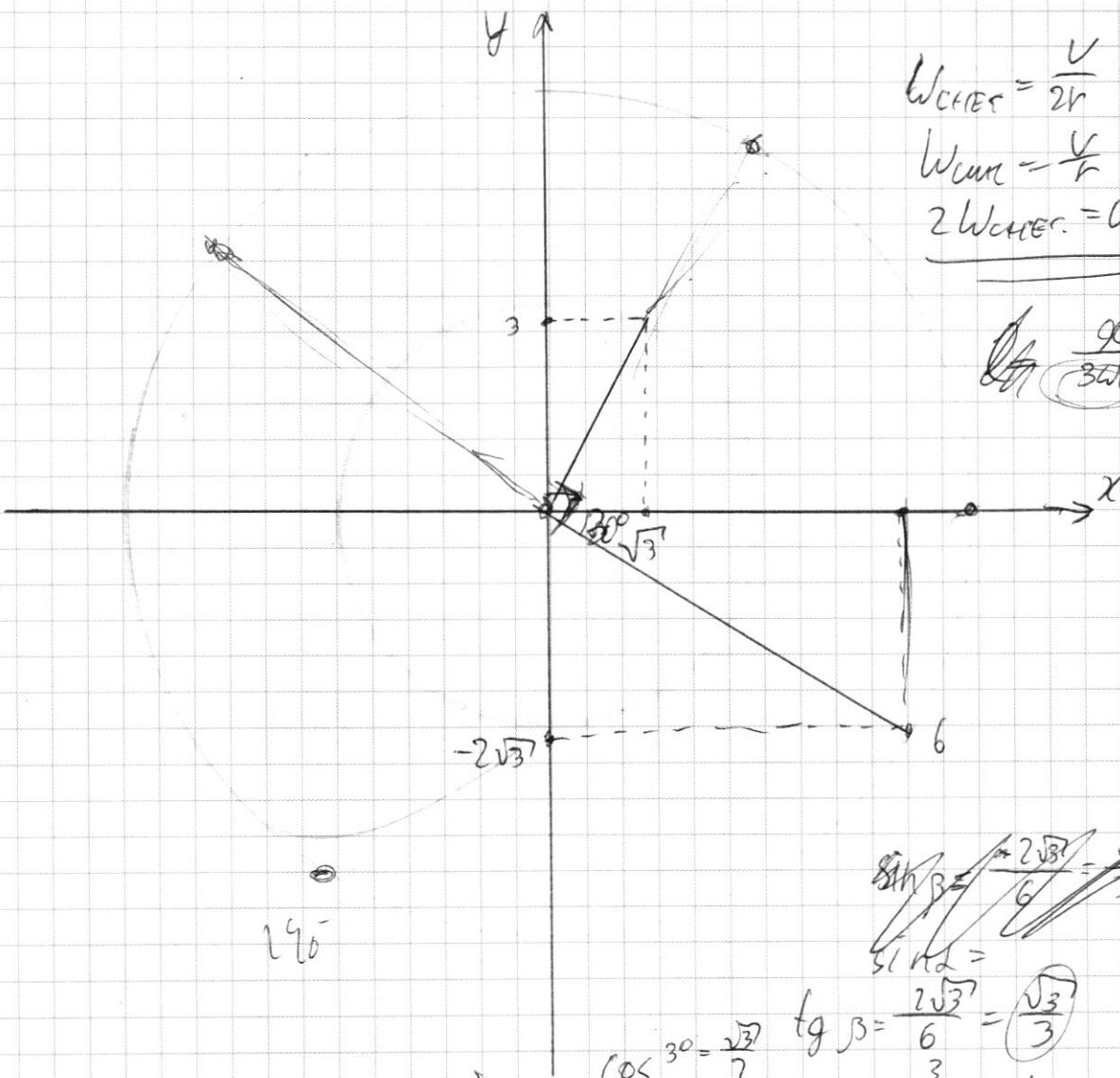
$$\frac{c}{b} - \frac{c}{b_1} = \frac{a}{b}x - \frac{a_1}{b_1}x$$

$$c \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b_1} \right) = x \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{a_1}{b_1} \right)$$

$$c \cdot \frac{b_1 + b}{bb_1} = x \cdot \frac{ab_1 - a_1b}{bb_1}$$

$$c \cdot (b_1 + b) = x \cdot (ab_1 - a_1b)$$

$$2 \cdot 6 = x \cdot 0$$



$$W_{\text{чел}} = \frac{V}{2r}$$

$$W_{\text{ам}} = \frac{V}{r}$$

$$2W_{\text{чел}} = W_{\text{ам}}$$

$$\frac{90}{3W_{\text{чел}}} =$$

190

$$\sin \beta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

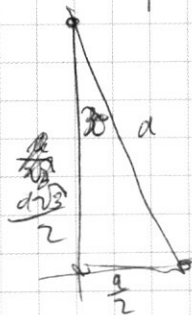
$$\sin \alpha =$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\lg \beta = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$\lg \alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \text{ctg } \beta \Rightarrow$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\lg 30^\circ = \frac{a/2}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$