

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

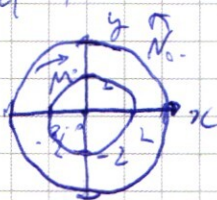
Решение: Они движутся по окружностям ~~м.ч.~~
поэтому найдем радиусы окружностей

$$R_M = \sqrt{M_{0x}^2 + M_{0y}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = 2$$

(радиус окр. муравья)

$$R_N = \sqrt{N_{0x}^2 + N_{0y}^2} = \sqrt{4.5 + 4} = 3$$

(радиус окр. жука)



Теперь используем физику

$$v = v_M = v_N \quad (\text{их скорости равны})$$

$$= \frac{v_M}{R_M} = \frac{v}{R_M} = \frac{1}{2} v.$$

(угл. скорость муравья)

$$\omega_M = \omega_N = \omega$$

(угл. скорости)

аналогично.

$$\omega_N = \frac{v_N}{R_N} = \frac{v}{R_N} = \frac{1}{3} v.$$

(угл. скорости жука)

$$\varphi_M(t) = \varphi_{0M} - \omega t$$

(угл. перемещение муравья от начала)

$$\varphi_N(t) = \varphi_{0N} - \omega t$$

(угл. перемещение жука от начала)

= Уравнения движения:

$$\varphi_M(t) = \varphi_{0M} - \frac{1}{2} v t$$

(угл. перемещение муравья) (нач. угол жука)

$$\varphi_N(t) = \varphi_{0N} + \frac{1}{3} v t$$

аналогично

$$\varphi_{0M} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{\pi}{2}$$

(нач. угол муравья)

$$\varphi_{0N} = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) = \arcsin(\sqrt{3})$$

(нач. угол жука)

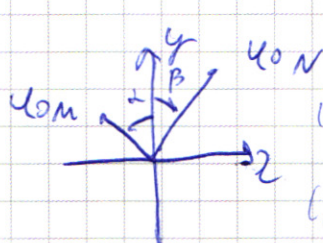
$$\varphi_{0M} = \pi - \arcsin(\sqrt{3})$$

$$\varphi_{0N} = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) = \arcsin(\sqrt{3})$$

$$\begin{cases} \varphi_M(t) = \pi - \arcsin(\sqrt{3}) - \omega t \\ \varphi_N(t) = \arcsin(\sqrt{3}) + \omega t \end{cases}$$

24

N1 продолжение



$40N \Rightarrow z = \beta$

$(\frac{a+b}{ab}) \Rightarrow$ 1-ая ветвь на оси y

$(\frac{a-b}{ab}) \Rightarrow$ (м.к. или уравнения симметричны)
- 2-я ветвь, на оси x имеет ось x.

$(\frac{a-b}{ab})$

$\Rightarrow$ все ветви на оси y.

2) координаты точек: $(0; 4)$ и $(0; -4)$

(Ветви - элемент, когда жук; муравей; садыр)
на 1 прямой

Ответ: $(0; 4)$
 $(0; -4)$

N2.

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)b = 1 \end{cases}$$

уравнения обратимы, если

$$\frac{a}{1} = \frac{3(a+b)}{4b} = \frac{12}{(a+b)b}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} ab = \frac{3}{4}(a+b) \\ ab(a+b) = 12 \\ 3(a+b)^2 b = 4 \cdot 12 \cdot b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab = \frac{3}{4}(a+b) \\ ab(a+b) = 12 \end{cases}$$

пусть $ab = M$; $a+b = S$.

$$\Rightarrow \begin{cases} M = \frac{3}{4}S \\ M \cdot S = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = \frac{3}{4}S \\ \frac{3}{4}S^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = \frac{3}{4}S \\ S = \pm 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=3 \\ a+b=-4 \\ ab=-3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4-b \\ 4b-b^2-3=0 \\ a=-4-b \\ -4b-b^2-3=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4-b \\ b^2-4b+3=0 \quad D=2^2 \\ a=-4-b \\ b^2+4b+3=0 \quad D=4^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ a=3 \\ b=1 \\ a=-1 \\ b=-3 \\ a=-3 \\ b=-1 \end{cases}$$

Ответ: $(1; 3); (3; 1); (-1; -3); (-3; -1)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x^3 - x + 10 \geq 0 \quad (-27 + 3 + 10 \geq 0) \quad \text{не выполняется} \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq -3 \\ x + 2 \geq 0 \\ x^3 - x + 10 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq -3 \\ \sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 - x + 10 \geq 0 \text{ из нач. условия} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq -3 \text{ (уже из 2-го условия)} \\ x + 2 \geq 0 \\ x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases}$$

при $x = 2$:
 $8 - 4 - 10 + 6 = 0$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 : (x-2)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ - (x^3 - 2x^2) \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ - (x^2 - 2x) \\ \hline -3x + 6 \\ - (-3x + 6) \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-2 \\ x^2 + 2x - 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ (x-2)(x^2 + x - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x = 2 \\ x^2 + x - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq -3 \\ x - 2 \geq 0 \\ x = 2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \geq 0 \Rightarrow \geq -2 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

проверка: $x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \geq -2$ $\Rightarrow -1 - \sqrt{13} \geq -4$

(т) $-\sqrt{13} \geq -3$ $\Rightarrow$

$-\sqrt{13} \geq -3$ $\Rightarrow$ $\sqrt{13} \leq 3$ $\Rightarrow$ $13 \leq 9$ $\Rightarrow$ не выполняется

Ответ: $\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \end{cases}$

$$1400 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 7 \cdot 5^2$$

2) если равно: 1 цифра - 7
2 цифры - 5.

Вспомогательная таблица: 2³. Это 3 цифры 2, 1 цифра 2 и 1 цифра 4, 1 цифра 3.

а) способ выбрать 1 из 8 мест для 7: 8.
выбрать 2 из 7 мест для 5: $\frac{7 \cdot 6}{2!}$ (перемножить)
выбрать 3 из 5 мест для 2: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$
выбрать 2 из 2 мест для 1: $\frac{2 \cdot 1}{2!}$

$$\Sigma \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 30 \cdot 56 = 1680$$

б) способ выбрать 3 из 8 мест для 1 цифры 2 и 2-го 5: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2!}$
1 из 5 мест для цифры 2: 5.
1 из 4 мест для цифры 4: 4.
3 из 3 мест для цифры 1: $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!}$

(перемножить)

$$\Sigma \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 1680 \cdot 2 = 3360$$

в) аналогично.

$$\Sigma = \frac{8}{2} \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{1680}{2} = 840$$

Итого: всего чисел: $1680 + 3360 + 840 = 5880$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2(x-1) + 1 \geq 0 \Rightarrow 2x^4 - 3x^2(x-1) + x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^4 - 3x^2(x-1) + (x-1)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \text{еще } \begin{cases} 2x^4 - 3x^2(x-1) \geq 0, & \textcircled{a} \\ 0 - (2x^4 - 3x^2(x-1)) \leq (x-1)^2 & \textcircled{b} \end{cases} \begin{matrix} \text{то} \\ \text{неравенство} \\ \text{выполнено} \end{matrix}$$

$$\textcircled{a} \text{ по условию } \geq 0. \begin{cases} x \geq 1 \quad (x \neq 0) & \text{или } x = 0 \text{ очевидно, что неравенство выполнено} \\ 2x^2 \geq 3(x-1) \\ x \leq 1 \\ 2x^2 \geq 3(1-x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 3x + 3 \geq 0 \\ x \leq 1 \\ 2x^2 + 3x - 3 \geq 0 \end{cases} \quad D = 9 - 2 \cdot 3 \cdot 4 < 0; \text{ ветви вверх} \\ \quad \quad \quad D = 33 \quad \quad \quad = 1 \text{ всегда выполнено.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 1 \\ x \notin \left(\frac{-3 - \sqrt{33}}{4}; \frac{-3 + \sqrt{33}}{4} \right) \end{cases} \text{ то этот пункт нулевым пунктом} \quad \textcircled{b}$$

$$\textcircled{b} \text{ положительной части } \geq \text{ отрицательной части}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(\frac{-3 - \sqrt{33}}{4}; \frac{-3 + \sqrt{33}}{4} \right) \\ \sqrt{x^2 - (2x^2 + 3(x-1))} \leq (x-1) \end{cases} \quad \text{или } \begin{cases} x \in \left(\frac{-3 - \sqrt{33}}{4}; \frac{-3 + \sqrt{33}}{4} \right) \\ -(2x^2 + 3(x-1)) \leq \frac{(x-1)^2}{x^2} \end{cases}$$

$$\text{max.} \quad \begin{matrix} \text{Заметим } 2x^2 + 3(x-1) \text{ имеет макс.} \\ \text{значение, и если } \otimes \\ \text{достигается.} \end{matrix}$$

$$\text{max достигается. } y = 2x^2 + 3x - 3 \quad \text{достигается при } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4} \text{ и равен:}$$

$$-\left(\frac{9}{8} - \frac{9}{4} - 3\right) = \frac{9}{8} + 3 = \frac{33}{8}$$

$$= \text{Если всегда } + \frac{33}{8} \leq \frac{(x-1)^2}{x^2}, \text{ то неравенство всегда выполнено.}$$

$$1) 33x^2 \leq 8(x-1)^2 \quad \left(\text{для } x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; \frac{-3+\sqrt{33}}{4} \right) \right)$$

$$2) 25x^2 + 16x - 8 \leq 0$$

$$D = 256 + 800 = 1056$$

$$\frac{-D}{4} = 64 + 200 = 264$$

$$2) \text{ выполним для } x \in \left[\frac{-8-\sqrt{264}}{25}; \frac{-8+\sqrt{264}}{25} \right]$$

$$\begin{matrix} A & V \\ \frac{-3-\sqrt{33}}{4} & \frac{-3+\sqrt{33}}{4} \end{matrix}$$

$$=) \text{ осталось отбросить } x \in \left(\frac{-8-\sqrt{264}}{25}; \frac{-8+\sqrt{264}}{25} \right) \cup \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; \frac{-3+\sqrt{33}}{4} \right)$$

① модуль положительной ~~и~~ части.

IV

модуль отрицат. части

$$2) \begin{cases} -x^2(2x^2 + 3(x-1)) \leq (x-1)^2 \\ x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; \frac{-3+\sqrt{33}}{4} \right) \end{cases} \leftarrow \text{это гипотеза A}$$

(при $x = -1$ достигается равенство)
при $x = 0$

$$x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; \frac{-3+\sqrt{33}}{4} \right)$$

$$1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \geq -(2x^2 + 3(x-1))$$

$$\frac{(x-1)^2}{x^2+1} \geq -\frac{2x^4 - 3x^3 + 3x^2}{x+1}$$

$$-2x^4 - 3x^3 + 3x^2$$

$$1) \begin{cases} x \in A \\ x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \leq 0 \end{cases}$$

при $x = -1$ достигается равенство

$$2) \begin{cases} x \in A \\ (x+1)(-2x^3 - x^2 + 3x - 1) \leq 0 \end{cases} \leftarrow \text{не верно для } x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; 1 \right)$$

при -1 не имеет знака
↓
выполним не привел к x

(для $x < 0$ верно)
< 0

=> когда $x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{4}; -1 \right)$ неравенство не выполняется

ответ: $x \in \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{33}}{4} \right] \cup [-1; +\infty)$ (именно не при всех x !)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

построим график:

$$|x-3|^2 + |y-4|^2 = 25 \rightarrow \text{без модулей это окр.}$$

т.е. с модулем просто отразится относительно осей x и y .

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \rightarrow \text{зона.}$$

для этого давайте построим $|x-3-y| + |x-3+y| = 6$.

$$\begin{cases} y \geq x-3 & x-3 \geq y, & x-3 \geq -y. \\ 2x-6 \leq 6 \Rightarrow 2x \leq 12 \Rightarrow x \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3 \leq -y, & x-3 \leq y \\ -(2x-6) \leq 6 \Rightarrow -2x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq x-3 \leq y \\ 2y \leq 6 \Rightarrow y \leq 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x-3 \leq -y. \\ x-3 \geq y, & x-3 \leq -y. \end{cases}$$

т.е. для точек, где $y \leq x-3$ $x \leq 6$.

$$\begin{cases} y \geq 3-x \\ y \leq 3-x \\ y \geq x-3 \\ y \leq x-3 \end{cases} \quad \begin{matrix} x \leq 0, & x \geq 0 \\ y \leq 3. \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y \geq 3-x \\ -2y \leq 6 \\ y \geq 3 \end{cases}$$

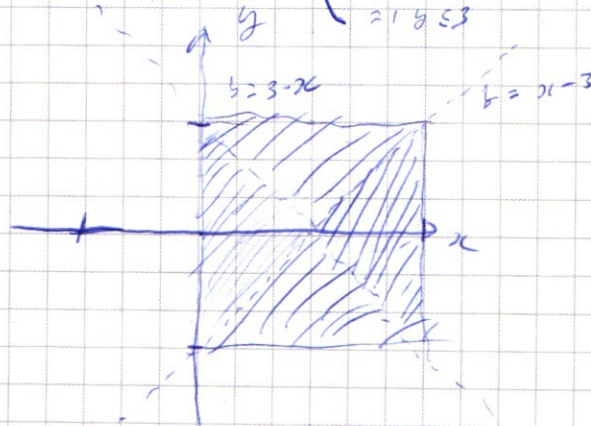
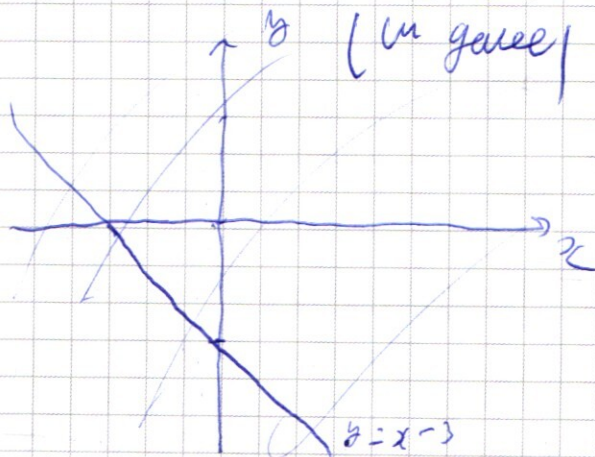
применяем

$$\begin{cases} \text{если } y \geq x-3 \\ y \geq 3-x \\ \text{т.е. } 2y \leq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

это означает

точка:

(и далее)



6 второе у нас уравнение

(+)

(линия - минимальная длина
черная - вершина)

(м.к. все точки пересечения)

3; 4
3; -4
-3; 4
-3; -4
но (0; 6) не есть
максимум
функции

м.к. $\sqrt{25} = 5$, а

$$\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5$$

Аналогично (0; 6)
(0; -6)
(-6; 0)

≠ м.к. = 0; 6 - канатик, а весь квадрат
внутри фигуры

⇒ только 1 решение - 6; 0

Р.5. 'настройка' квадрата:

настройка

① $\begin{cases} y \geq 3-x \\ y \geq x-3 \end{cases}$ (раскрытие)

③ $\begin{cases} y \geq 3-x \\ y \geq x-3 \end{cases}$ (---)
 $-2x+6 \leq 6$
 $\Rightarrow x \geq 0$

① $\begin{cases} x-3 \geq y \\ y \leq x-3 \end{cases}$ (+)
 $2x-6 \leq 6$
 $\Rightarrow x \leq 6$

② $\begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq 3-x \end{cases}$ (+)
 $-2y \leq 6 \Rightarrow y \leq -3$

при этом,
 $y \leq 3$ м.к. и макс.
 $y \geq -3$

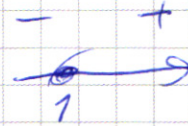
если представить
матрицу, как лист на числовой прямой
 $(x-a) + (x-b) \leq 6$, то если $a < 0$
 $b > 6$, что невозможно.

ответ: (6; 0)

н. 4.

$$|1-5+5| \leq 6.$$

$$2x^4 + 1 - 2x - 3x^2 |x-1| + 6 = 0$$



$$2x^4 + 1 \geq 3x^2 |x-1|$$

$$2|a+b| \leq K.$$

$$|a-b| + |a+b| \leq K.$$

$$2|a-b| \leq K, a \geq b \Rightarrow$$

$$a - b + a + b \leq K.$$

$$2a \leq K.$$

$$2b \leq K.$$

$$2b \leq K.$$

$$a \geq b$$

$$a - b - a - b \leq K.$$

$$\Rightarrow -2b \leq K.$$

$$\Rightarrow |$$

$$x \geq 1$$

$$2x^4 + 1 \geq 3x^2 - 3x^2$$

$$\Rightarrow 2x^4 + 3x^2 + 1 \geq 3x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3 + 1 \geq 3x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 3 + \frac{1}{x} \geq 0$$

$$D = 9 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 9 - 24 = -15$$

$$\Rightarrow \text{Всегда } \geq 0.$$

$$x \leq 1$$

$$2x^4 + 1 \geq 3|x-1|$$

$$2x^2 \geq 3 - 3x$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 3 \geq 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

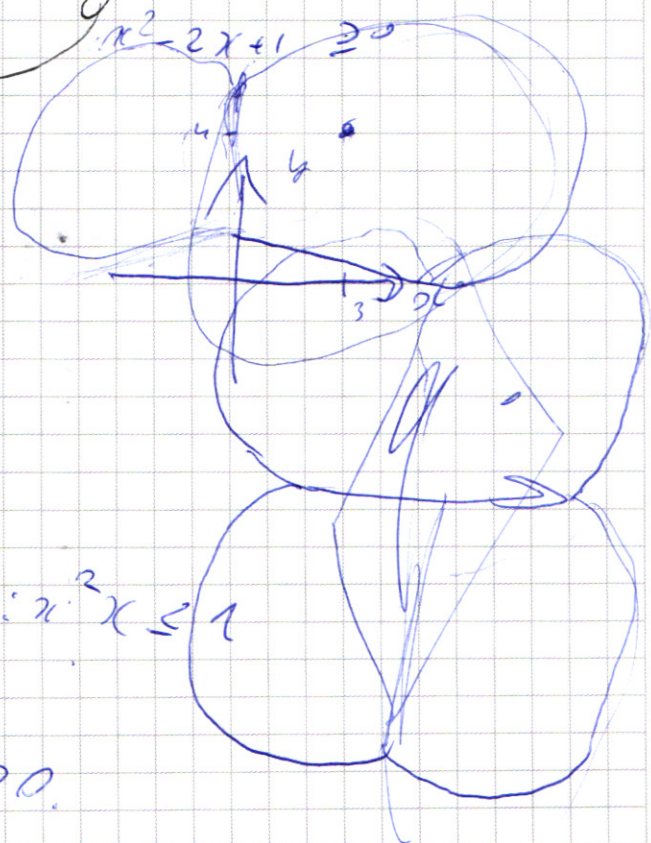
$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

4

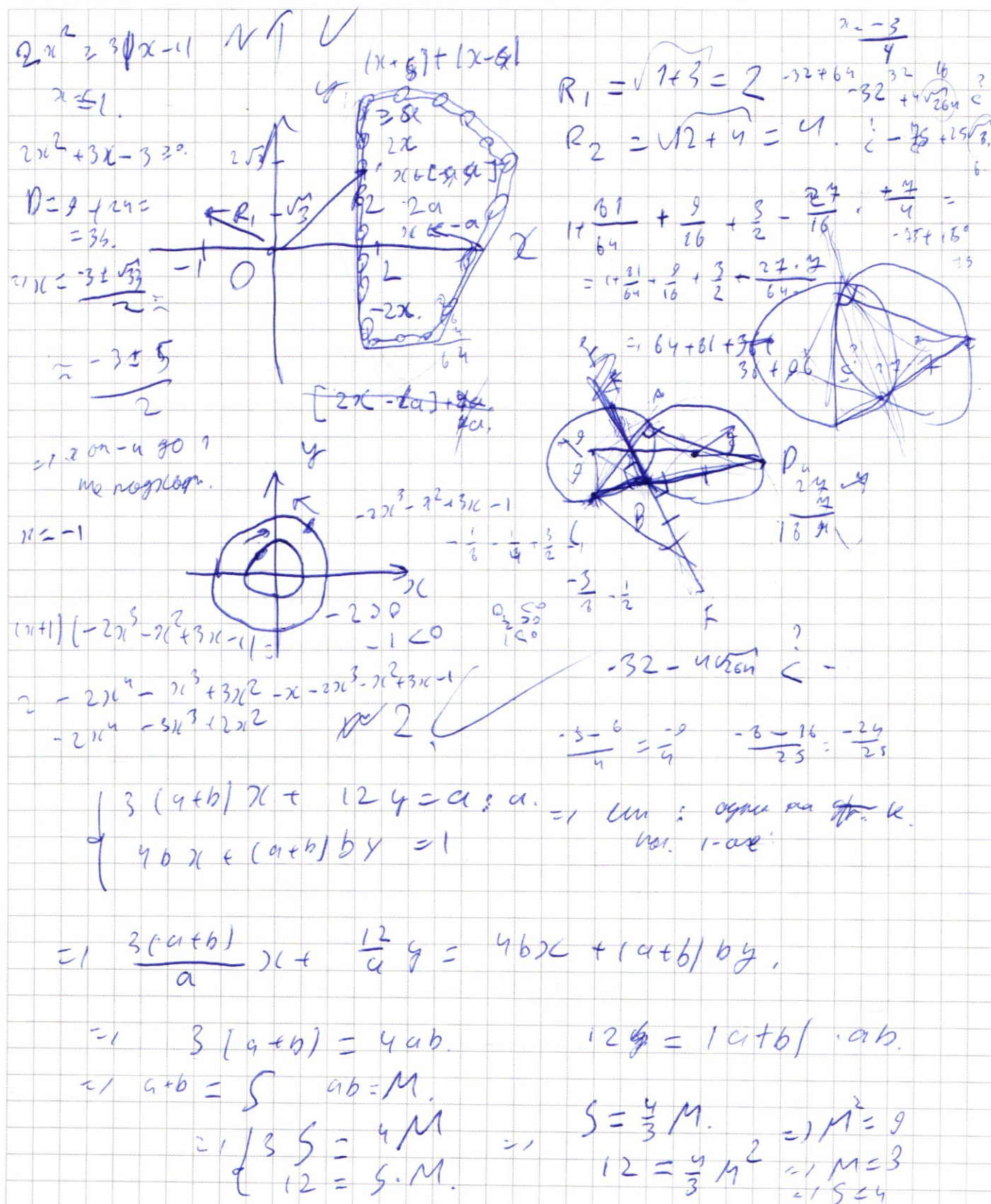
$$2x^4 + |x-1|^2 \geq 3x^2 |1-x| : x^2 x \leq 1$$

$$2x^2 + 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \geq 3 - 3x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4 + 3x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 3 \geq 0.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$M=3 = ab$$

$$S=4 = a+b.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b=3 \\ a+b=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4-b \\ 4b-b^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2x^3 - 3x^2 + 2x^2 + 2x - 1 \\ -2x^3 - 2x^2 \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ 2x^3 - x^2 + 3x - 1 \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow b^2 - 4b + 3 = 0$$

$$D = 16 - 12 = 4$$

$$b = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 2x^2 + 2x - 1 \\ -x^3 - x^2 \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^3 - x^2 + 3x - 1 \\ -2x^3 - x^2 \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x - 1 \\ -3x^2 + 3x \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +2 \quad -1 \quad -3 \quad -1 \\ +16 \quad -4 \quad -12 \quad -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2 \cdot 16 \\ -32 \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x - 1 \\ -3x^2 + 3x \hline \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} 4=1 \\ b=3 \\ b=1 \\ a=3 \end{cases}$$

sqrt

$$(x+3) \sqrt{x^2 - x + 10} = x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 6 \\ x^2 + 3x \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 16 + 4 + 4 - 3 \cdot 4 + 3 + 1 - \\ = 32 + 8 + 1 - 12 + 3 = 41 - 12 = 29 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ \sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \geq -2 \\ x^3 - x + 10 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \geq -2 \\ x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 5x + 6 \\ x^3 - 2x^2 \hline \end{array}$$

$$-2x - 5 = 15 + 6$$

$$-8 - 4 + 10 + 6 = 4$$

$$x=2$$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \geq -2$$

$$\Rightarrow \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \geq -2$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \\ x \neq -3 \\ x = 2 \end{cases}$$