

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 1

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] На столе лежит кусочек сахара, вокруг которого по двум окружностям с одной и той же скоростью ползают муравей и жук. На плоскости стола введена прямоугольная система координат, в которой сахар (общий центр окружностей) находится в точке $O(0; 0)$. Муравей движется по часовой стрелке, а жук – против. В начальный момент времени муравей и жук находятся в точках $M_0(-1; \sqrt{3})$ и $N_0(2\sqrt{3}; 2)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, в которых расстояние между ним и муравьём будет кратчайшим.

2. [4 балла] Найдите все пары действительных параметров a и b , при каждой из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a, \\ 4bx + (a+b)by = 1 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

3. [4 балла] Решите уравнение $(x+3)\sqrt{x^3-x+10} = x^2+5x+6$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2|x-1| + 1 \geq 0$.
5. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 1400. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
6. [5 баллов] Две окружности одинакового радиуса 9 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
7. [6 баллов] Решите систему

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6, \\ (|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 |x-1| + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (1) \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases} \\ (2) \begin{cases} x < 1 \\ 2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 - 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \underline{x \geq 1}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0.$$

$$\begin{aligned} 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 &= \underline{2x^4} - \underline{4x^3} + \underline{4x^2} - \underline{2x} + 1 + x^3 = \\ &= 2x(x^3 - 1) - 4x^2(x - 1) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= 2x(x-1)(x^2 + x + 1) - 4x^2(x-1) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= (x-1)(2x^3 + 2x^2 + 2x - 4x^2) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= (x-1)(2x^3 - 2x^2 + 2x) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= 2x(x-1)(x^2 - x + 1) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= (x^2 - x + 1)(2x^2 - 2x + x + 1) = (x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 1) \\ (x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 1) &\geq 0. \text{ , т.к. } x^2 - x + 1 \geq 0 \text{ (т.к. явл. неположит.} \\ &\text{кв. в сумме, то} \\ (x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 1) &\geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 \geq 0; \end{aligned}$$

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 8 < 0. \quad x \in \mathbb{R} \quad (\text{не } x \in \mathbb{R})$$

$$(2) \begin{cases} x < 1 \\ 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x < 1 \\ x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [-\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 &= \underline{2x^4} + \underline{2x^3} - \underline{2x^2} - \underline{2x} + 1 + x^3 = \\ &= 2x^3(x+1) - 2x(x+1) + (x+1)(x^2 - x + 1) = \\ &= (x+1)(2x^3 - 2x + x^2 - x + 1) = (x+1)(2x^3 + x^2 - 3x + 1) = (x+1)(x-0,5)(x^2 + x - 1) \end{aligned}$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0.$$

$$\text{пусть } x = 0,5$$

$$0 = 0. \quad x = 0,5$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + x^2 - 3x + 1 & x - 0,5 \\ \hline 2x^3 - x^2 & \\ \hline -2x^2 - 3x + 1 & \\ -2x^2 - x & \\ \hline -2x + 1 & \end{array}$$

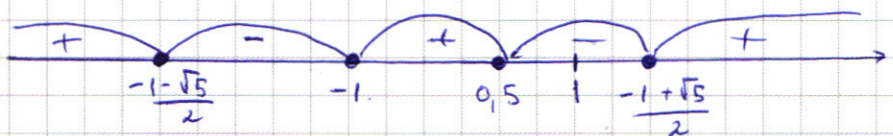
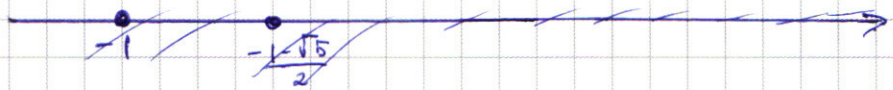
$$2(x+1)(x-0,5)(x^2+x-1) \geq 0.$$

$$2(x+1)(x-0,5)\left(x + \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \geq 0.$$

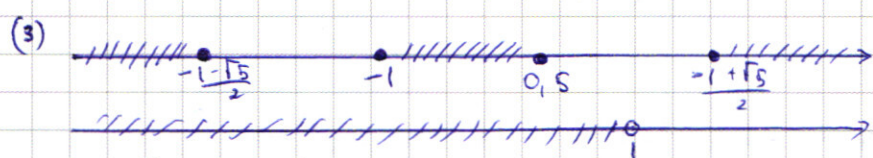
Рассмотрим функцию $y = 2(x+1)(x-0,5)\left(x + \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Найдем корни ф.:

$$\begin{aligned} x &= -1 \\ x &= 0,5 \\ x &= \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [-\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$$



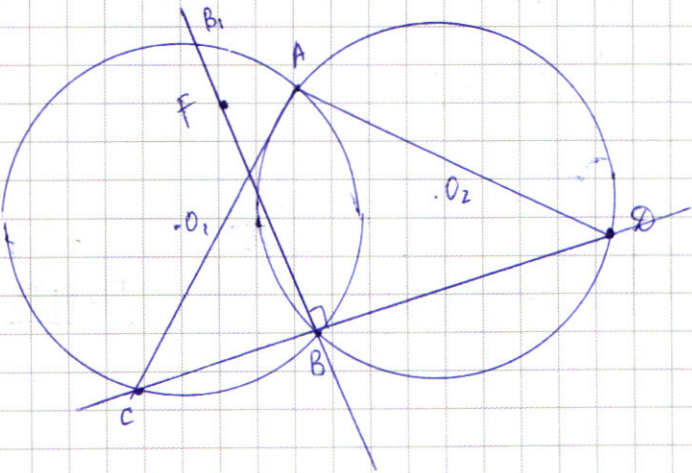
$$x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5]$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & \begin{cases} x \geq 1. \\ x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \end{cases} \end{aligned}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{1-\sqrt{5}}{2}] \cup [-1; 0,5] \cup [1; +\infty)$$

56.



Дано: $P_1 = P_2 = O$.
 $CO \perp BB_1$
 $\angle CAD = 90^\circ$
 $BF = BD$
 Найти: CF ?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$(x+3) \sqrt{x^3 - x + 10} = (x+3)(x+2) \quad x = -3.$$

$$\sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2.$$

По смыслу задачи:

$$\begin{cases} x^3 - x + 10 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \quad (x \geq -2) \\ x^3 - x + 10 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$x^3 - x + 10 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0.$$

при $x = 2$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$0 = 0$ (очевидно верно равенство)

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 5x + 6 & x - 2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & x^2 + x - 3 \\ \hline -x^2 - 5x & \\ -x^2 - 2x & \\ \hline -3x + 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}.$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x = 2$$

$$x = -3$$

Проверка: $\begin{cases} \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 10 \geq 0 \\ -\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \geq -2 \end{cases}$

очевидно
верно
еще

$$\begin{cases} \left(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}\right)^3 - \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} + 10 \geq 0 \\ -\frac{1 - \sqrt{13}}{2} \geq -2 \text{ очевидно неверно.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 - 2 + 10 \geq 0. \\ 2 \geq -2 \end{cases}$$

очевидно верно

$$\begin{cases} -27 + 3 + 10 \geq 0 \\ -3 \geq -2 \end{cases}$$

очевидно неверно.

Ответ: $x \in \left\{ 2; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right\}.$

22.

$$\begin{cases} 3(a+b)x + 12y = a \\ 4bx + (a+b)y = 1 \end{cases}$$

Обе функции линейные $\Rightarrow$
бесконечное множество решений
будет если прямые будут
совпадать. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3(a+b) = 4b \\ (a+b)b = 12 \\ a=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ 3(a+b) = 4b \\ a=1 \\ (a+b)b = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ 3(1+b) = 4b \\ a=1 \\ (1+b)b = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ 3+3b=4b \\ a=1 \\ b+b^2=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ a=1 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} a=1 \\ 3 = -b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a=1 \\ b^2+b-12=0 \end{cases}$$

$$b^2+b-12=0$$

$$D=1+48=49$$

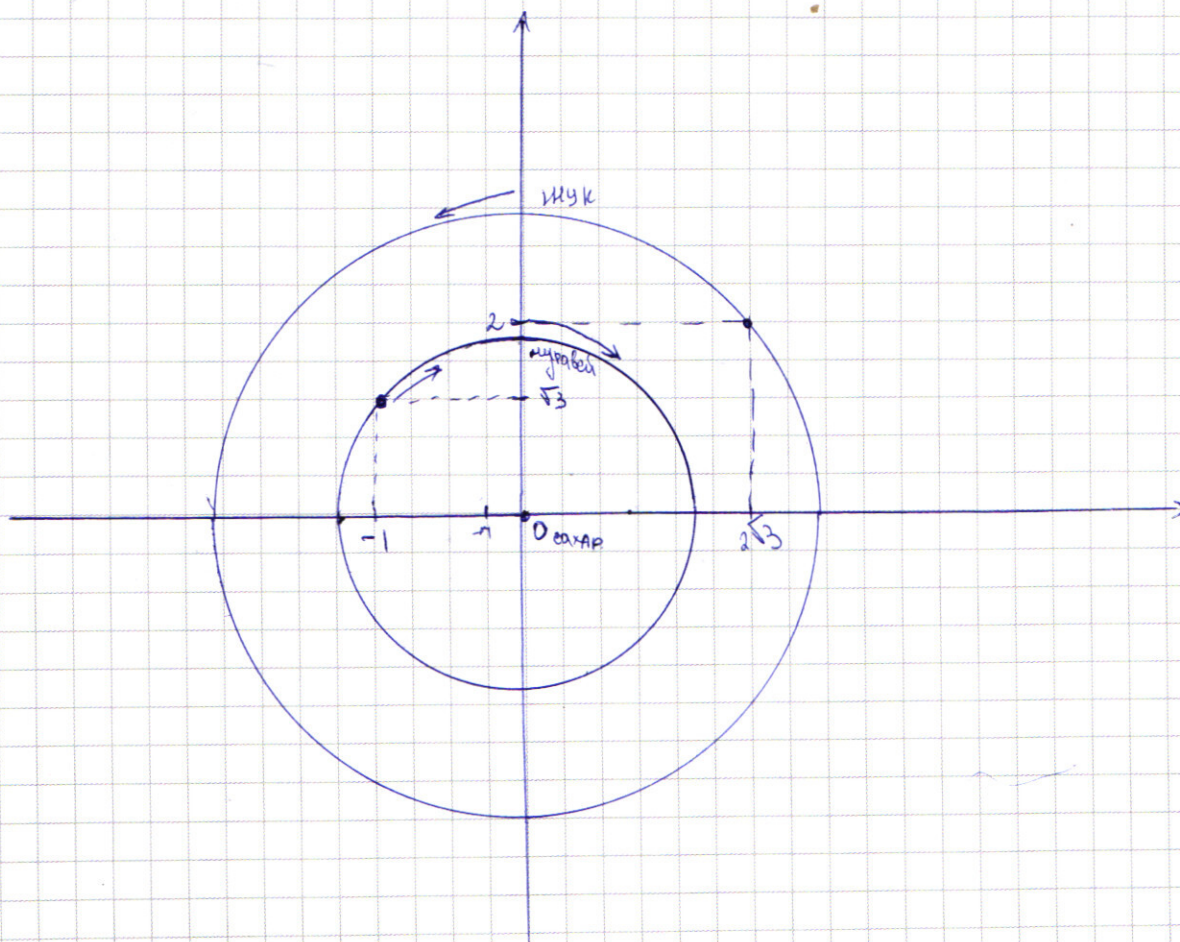
$$b_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ a=1 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$b_2 = \frac{-1-7}{2} = -4$$

Ответ: $a=1$ или $a=1$
 $b=3$ $b=-4$

21.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7.

$$\begin{cases} |x-3-y| + |x-3+y| \leq 6 \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25 \end{cases}$$

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ x-3-y + x-3+y \leq 6 \end{cases} & \begin{cases} y \leq x-3 \\ y \geq -x+3 \\ x \leq 6 \end{cases} & \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 6 \end{cases} & x \in [3; 6] \\ \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \\ -x+3+y - x+3-y \leq 6 \end{cases} & \begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ x \geq 0 \end{cases} & \begin{cases} -x+3 \geq x-3 \\ x \geq 0 \end{cases} & \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases} & x \in [0; 3] \\ \begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ -x+3+y + x-3+y \leq 6 \end{cases} & \begin{cases} x \leq 3+y \\ x \geq 3-y \\ y \leq 3 \end{cases} & \begin{cases} 3+y \geq 3-y \\ y \leq 3 \end{cases} & \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases} & y \in [0; 3] \\ \begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \leq 0 \\ x-3-y - x+3-y \leq 6 \end{cases} & \begin{cases} x \geq 3+y \\ x \leq 3-y \\ y \geq -3 \end{cases} & \begin{cases} 3-y \geq 3+y \\ y \geq -3 \end{cases} & \begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq -3 \end{cases} & y \in [-3; 0] \end{cases}$$

$$y \in [-3; 3]$$

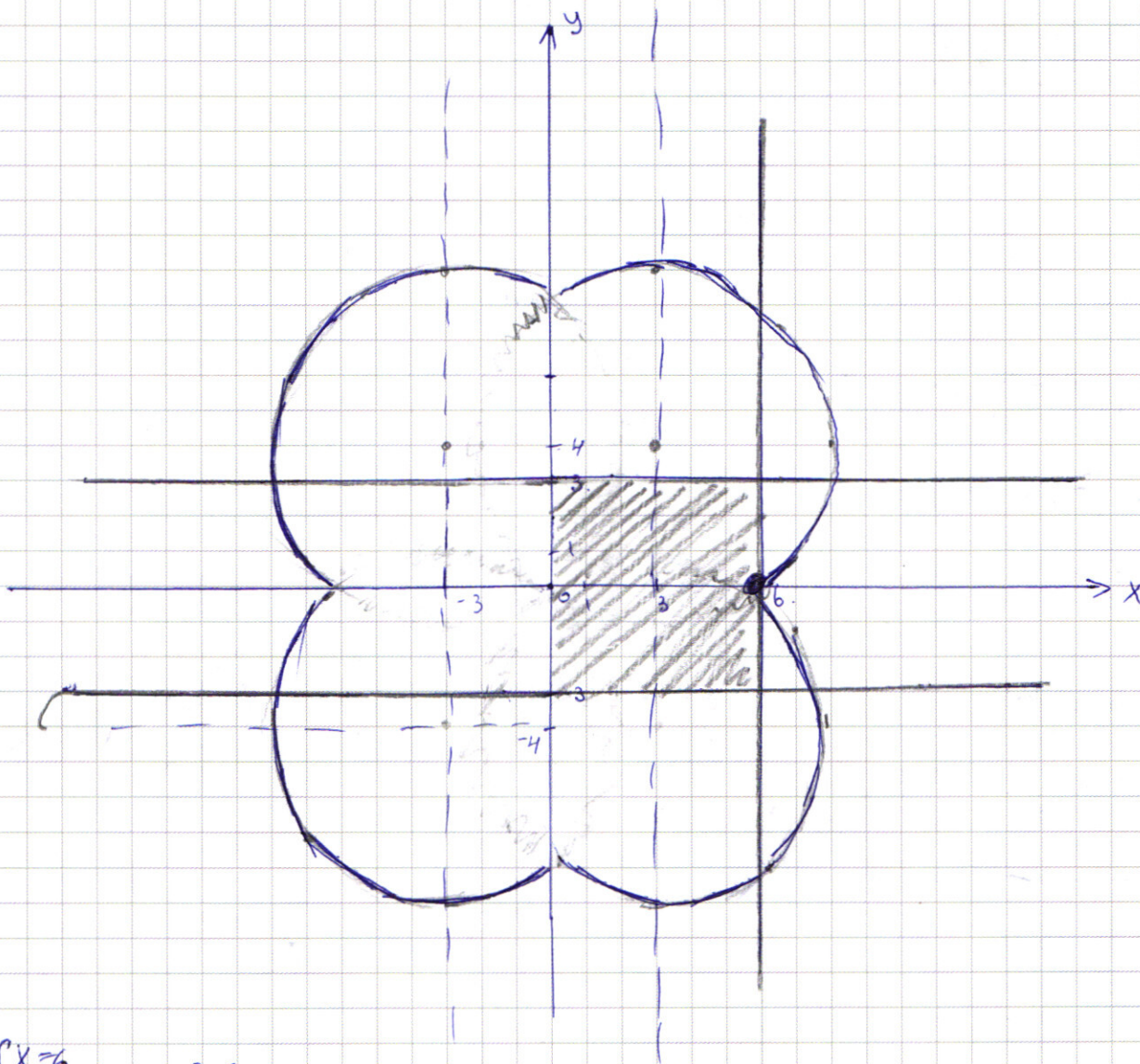
$$x \in [0; 6]$$

$$((x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

ГРАФИК УРАВНЕНИЯ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad O(3; 4) \quad R=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad O(3; -4) \quad R=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (-x-3)^2 + (-y-4)^2 = 25 \quad O(-3; -4) \quad R=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (-x-3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad O(-3; 4) \quad R=5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x=6 \\ y=0 \end{cases}$$

Ответ: (6; 0)

5.

1400 2 Число должно состоять из

700 2 цифр: 2 2 2 5 5 7 1 1

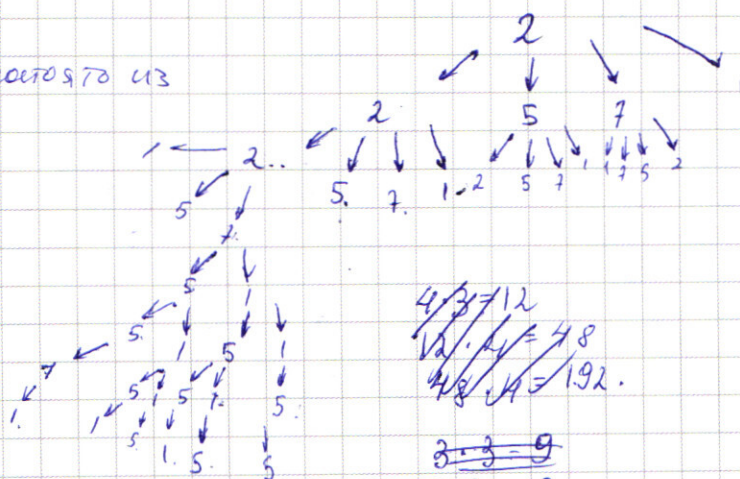
350 5

70 7

10 2

5 5

1 1



$$\begin{aligned} 4 \cdot 3 &= 12 \\ 12 \cdot 4 &= 48 \\ 48 \cdot 4 &= 192 \end{aligned}$$

$$\cancel{3 \cdot 3 = 9}$$

$$6 \cdot 3 = 18$$

$$18 \cdot 4 = 72$$

$$72 \cdot 4 = 288$$

$$288 \cdot 4 = 1152$$

Ответ: 1152.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3-y \geq x \geq 3+y$$

$$\begin{aligned} -x+3-x+3 &\geq 0 \\ -2x+6 &\geq 0 \\ -2x &\geq -6 \\ x &\leq 3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y \geq -x+3 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$x \in [-3; 6]$$

$$\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \leq 0 \\ y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3+y \\ x \leq 3-y \\ y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq -3 \end{cases}$$

$$y \in [-3; 0]$$

$$\begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3+y \\ x \geq 3-y \\ y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

$$y \in [0; 3]$$

$$\begin{cases} x-3-y \leq 0 \\ x-3+y \leq 0 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x-3 \\ y \leq -x+3 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$x \in [-6; 3]$$

$$x \in [-3; 6] \cup [-6; 3]$$

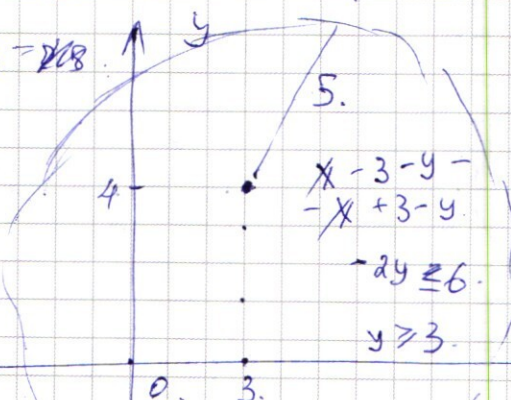
$$y \in [-3; 0] \cup [0; 3]$$

$$(|x|-3)^2 + (|y|-4)^2 = 25$$

$$x^2 - 6|x| + 9 + y^2 - 8|y| + 16 = 25$$

$$x^2 - 6|x| + y^2 - 8|y| = 0$$

$$\begin{aligned} 2y &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3+y-3+y &\geq 0 \\ y &\geq -y \\ y &\geq -y \\ y &\geq -y \\ y &\geq -y \end{aligned}$$



$$2x - 6 \leq 6$$

$$2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$

$$3+y \geq x \geq 3-y$$

$$3+y \geq 3-y$$

$$x \geq 3+y$$

$$-x+3+y + x-3+y \leq 0$$

$$-2x+6 \leq 6$$

$$-2x \leq 0 \quad x \geq 0$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 48 \\ \times 4 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$x^2 = 0(3;4) \\ R=5$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$-3; 4$$

$$-x-3=0$$

$$-x=3$$

$$x=-3$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

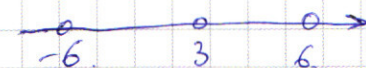
$$(-x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$R=5$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$-3; -4$$

$$(-x-3)^2 + (-y-4)^2 = 25$$



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$|6-3-y| + |6-3+y| \leq 6$$

$$6; 0$$

$$6; -6$$

$$0; 0$$

$$(x-3)^2 + (-y-4)^2 = 25$$

$$6-3+6-x \leq \begin{cases} 6 \\ |x-3-y| \\ |x-3+y| \end{cases}$$

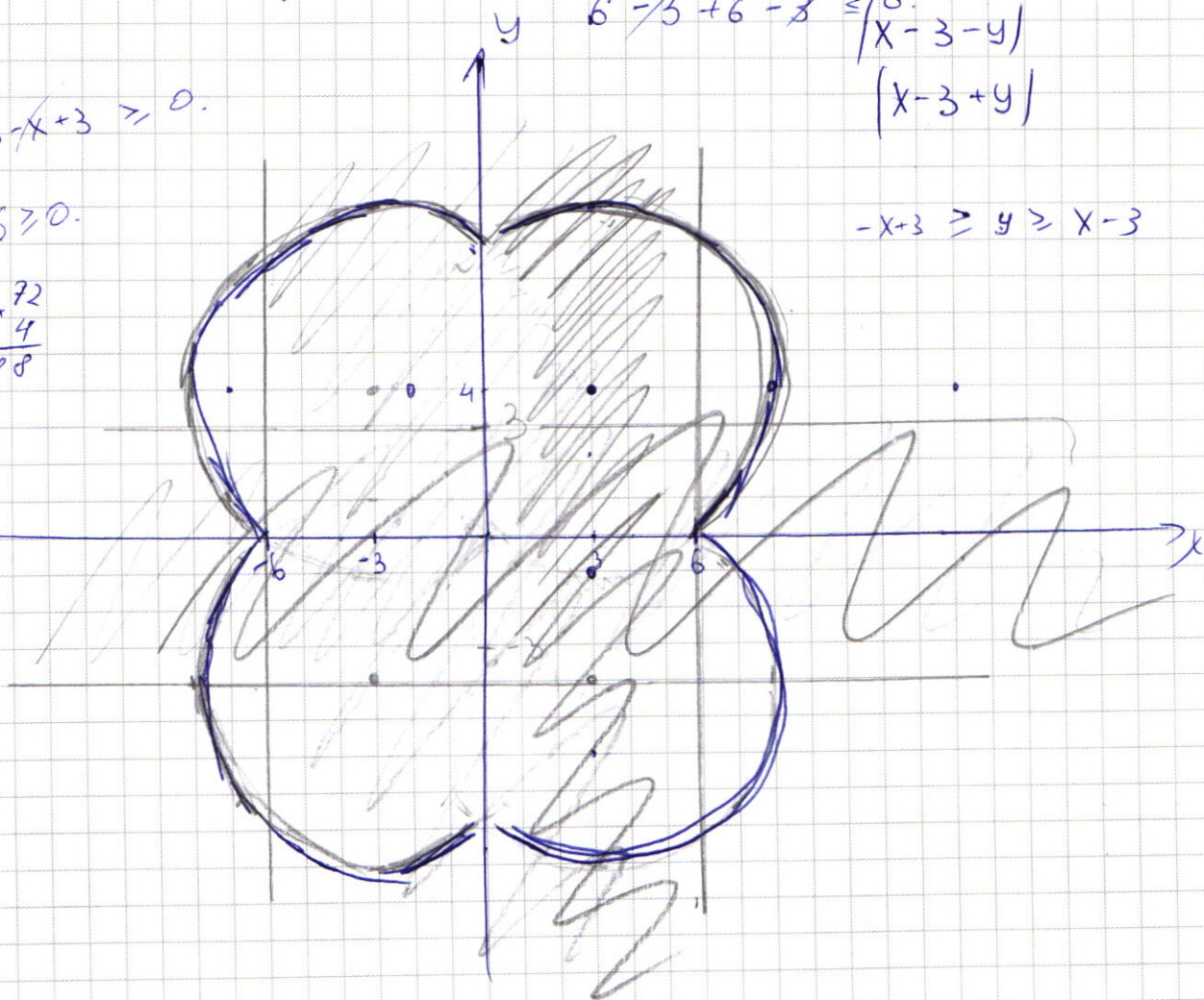
$$-x+3-x+3 \geq 0$$

$$6 \geq 0$$

$$-x+3 \geq y \geq x-3$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 18 \\ \times 4 \\ \hline 72 \\ 33 \\ \times 288 \\ \times 4 \\ \hline 1152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 4 \\ \hline 288 \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x-1)(2x^3+2x^2+2x-4x^2) + \frac{(x+1)(1-x+x^2)}{(x+1)(x^2-x+1)} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$(x-1)(2x^3-2x^2+2x)$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1$$

$$2x(x^2-x+1)(x-1) + (x+1)(x^2-x+1)$$

$$\frac{2}{4} - \frac{3}{2} + 1$$

$$(x^2-x+1)(2x^2-2x+x+1) \geq 0$$

$$-\frac{2}{2} + 1$$

$$(x^2-x+1)(2x^2-x+1) \geq 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1$$

$$2x^2-x+1 \geq 0$$

$$D = 1 -$$

$$2x^4 - x^3 + x^2 - 2x^3 + x^2 - x +$$

$$2x^4 - x^3 - 2x^3 + x^2 - x + 1$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$

$$2(x^2+x-1)$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \in \mathbb{R} \\ x < 1 \end{cases}$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^2 + 3x^3 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 + x^3 \geq 0$$

$$2x(x^3-1) + 2x(x-1) + (x+1)(x^2-x+1) \geq 0$$

$$2x(x-1)(x^2+x+1) + 2x(x-1) + (x+1)(x^2-x+1) \geq 0$$

$$(2x^2-2x)(x^2+x+1)$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 2x + 1 + x^3 \geq 0$$

$$2x^3(x+1) - 2x(x+1) + (x+1)(x^2-x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(2x^3-2x+x^2-x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(2x^3+x^2-3x+1) \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^3+x^2-3x+1 \quad | \quad x-0,5 \\ \underline{2x^3-x^2} \quad \quad \quad 2x^2+2x-2 \\ \underline{-2x^2-3x} \quad \quad \quad -2x+1 \\ \underline{-2x+1} \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$1+1-1-$$

$$x+1-x-3/2+3/2-1$$

$$2+1+2-3-3+$$

$$2x^3+x^2-3x+1$$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 1+1-3+1 \\ 2x^3+x^2-3x+1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{-2x^3-2x^2} \quad \quad \quad 2x^2+3x \\ \underline{3x^2-3x} \quad \quad \quad -3x^2-3x \\ \underline{-3x^2-3x} \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$2x^2-x+1 \quad x^2+x-1$$

$$D=1- \quad D=1+D=5$$

$$(x^2 - 0,5 + x - 0,5)(x^2 + x - 1)$$

$$(x^2 + x - 1)^2$$

$$(x^2 + x - 1)(x^2 + x - 1)$$

$$x^4 + x^3 - x^2 + x^3 + x^2 - x - x^2 - x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^4 \quad x^3 \quad -x^2 \quad -x \quad -1 \\ \cdot \quad x^3 \quad x^2 \quad -x \\ \hline \end{array}$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 1$$

$$2x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$2 - 3 - 2 + 2 + 1$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 \quad x^3 \quad -3x^2 \quad +1 \quad -3x \\ +2x^3 \quad +x^2 \quad +2 \quad +x \\ \hline \end{array}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1$$

$$(2x-1)(x+1)(x^2+x-1)$$

$$(2x^2 + 2x - x - 1)(x^2 + x - 1)$$

$$(2x^2 + x - 1)(x^2 + x - 1)$$

$$2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x^3 + x^2 - x - x^2 - x + 1$$

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad -1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = 0$$

$$x = -\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 2,3 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 5,29 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 =$$

$$\approx 2,2$$

$$\frac{1,2}{2}$$

$$\frac{1,2}{x}$$

$$\frac{6}{10}$$

$$\frac{12}{20}$$

$$\frac{32}{20}$$

$$\frac{16}{10}$$

$$\frac{16}{10}$$

$$\frac{12}{20}$$

$$\frac{1,2}{x}$$

$$\frac{1,2}{x}$$

$$\frac{3,2}{2}$$

$$\frac{1,2}{x}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,6$$

$$\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \approx -1,6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x \geq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 2x - 3x^3 + 3x^2 + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + x^2 - 2x + 4 \geq 0$$

пусть $x = 2$.

$$32 - 24 + 4 - 4 + 4$$

при $x = 1$

$$2 - 3 + 1 - 2 + 4$$

при $x = -1$

$$2 + 3 + 1$$

$$\geq \frac{1}{2}$$

$$2x^4 + x^2 - 2x + 3x^3 + 3x^2 + 1$$

$$2x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$

$x = 1$

$$2 - 3 + 4 - 2 + 1 \neq 0$$

$x = -1$

$$2 + 3 + 4 + 2 + 1 \neq 0$$

$x = \frac{1}{2}$

$$\frac{2}{2^4} - \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} = 1 + 1$$

$$\frac{1}{2^3} - \frac{3}{2^3} + 1$$

$$2 - \frac{2}{2^3} = \frac{1}{4} + 1$$

$x = \frac{1}{2}$

$x = 1$

$$2 + 3 + 4 - 2 + 1$$

$x = -1$

$$2 - 3 + 4 - 2 + 1$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{2^4} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^2} + 1 + 1$$

$$\frac{1 - 3}{2^3} + 1 + 1 + 1$$

$$-\frac{2}{2^3}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$x = 1$

$$2 - 3 + 4 - 2 + 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2^3} + \frac{3}{2^3} + 1 + 1 + 1$$

$$-\frac{2}{2^3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{2^3}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$

$$2(4 + 2x^2 - 1) - 3x^3 + 1$$

$$2x$$

$x = 2$

$$32 - 24 + 16 - 4 + 1$$

$x = 2$

$$x^2 + 5x + 6$$

$$D = 25 - 4 \cdot 4 = 1$$

$$x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3$$

$$(x+3) \sqrt{x^3 - x + 10} = (x+3)(x+2) \mid x+3 \quad \boxed{x = -3}$$

$$\text{мы имеем } \boxed{x = -3}$$

$$\sqrt{x^3 - x + 10} = x + 2$$

$$\begin{cases} x^3 - x + 10 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0. \end{cases} \quad x \geq -2$$

$$x^3 - x + 10 = (x+2)^3$$

$$x^3 - x + 10 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = 1$$

$$1 - 1 - 5 + 6 = 1$$

$$x = 2$$

$$8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 5x + 6 & x - 2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & \\ \hline x^2 - 5x + 6 & \\ -x^2 + 2x & \\ \hline -3x + 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$2x^3 - 2x^2 + 2x$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$

$$2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 1 - x^3$$

$$2x^2(x^2 - 2x + 2)$$

$$2x^3(x-1) + 2x(2x-1) + (1-x)(1+x+x^2)$$

$$2x^3(x-1) + 2x(2x-1) - (x-1)(1+x+x^2)$$

$$(x-1)(2x^3 - 1 - x - x^2) + 2x(2x-1)$$

$$2x^3(x-1) + 2x(x-1) + 1 - x^3 + 2x^2$$

$$(2x^3 + 2x)(x-1)$$

$$2x(x^2+1)(x-1) + x^2 + 1 - x^3 + x^2$$

$$2x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$x = 1$$

$$2 + 1 - 3$$

$$x = -1$$

$$-2 + 1 + 3 + 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1$$

$$-\frac{2}{2} + 1$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 =$$

$$ax^4 + bx^3 + c$$

$$2x^4 + 4x^3$$

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 + x^3$$

$$2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 1$$

$$2x(x^3 - 1) - 4x^2(x-1) + 1 + x^3$$

$$2x(x-1)(x^2+x+1) - 4x^2(x-1) + 1 + x^3$$

$$\boxed{x = 2} \quad (x-1)(2x^3 + 2x^2 + 2x + 1)$$

$$x^3 - x + 10 \geq 0$$

$$x(x^2 - 1) \geq -10$$

$$x(x-1)(x+1)$$

$$x^3 - x + 10 \geq 0$$

$$x = 2$$

$$8 - 2 + 10$$

$$-8 + 2$$

$$5$$

$$125$$

$$(x^2+1)(2x^2-2x+1)$$

$$+ (x-1)$$

$$2x^3 - x^2 - x - 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1$$

$$-\frac{8}{4} - \frac{1}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} 3(a+b)x + 12y &= a \\ 4bx + (a+b)by &= 1. \end{aligned}$$

$$(3a+3b)x + 12y = a$$

$$4bx + (ab+b^2)y = 1.$$

$$y = \frac{a}{12(3a+3b)x}$$

$$y = \frac{1}{4bx(ab+b^2)}$$

$$\frac{a}{12(3a+3b)} = \frac{1}{4b^2(ab+b^2)}$$

$$\frac{a}{3b} = \frac{1}{4b^2(ab+b^2)}$$

$$\frac{a}{3b} = \frac{1}{4b^2}$$

$$3b = 4ab^2$$

$$ab^2 = 9.$$

$$\begin{aligned} 3(a+b)x + 12y &= a \\ 4bx + (a+b)by &= 1. \end{aligned}$$

$$4bx + (a+b)by = 1.$$

$$(a+b)by = 1 - 4bx$$

$$3(a+b)x - a = -12y.$$

$$y = \frac{3(a+b)x - a}{-12}.$$

$$y = \frac{1 - 4bx}{(a+b)b}.$$

$$3(a+b)x + 12y - a = 4bx + (a+b)by - 1.$$

$$3(a+b)x + 12y - a - 4bx - (a+b)by + 1 = 0.$$

$$x(3a+3b-4b) + y(12-ab-b^2) - (a-1) = 0$$

$$x(3a-b) + y(-b^2-ab+12) - (a-1) = 0$$

$$x(3a-b) + y(-b^2-ab+12) = a-1.$$

$$y(-b^2-ab+12) = -a+1 - x(3a-b)$$

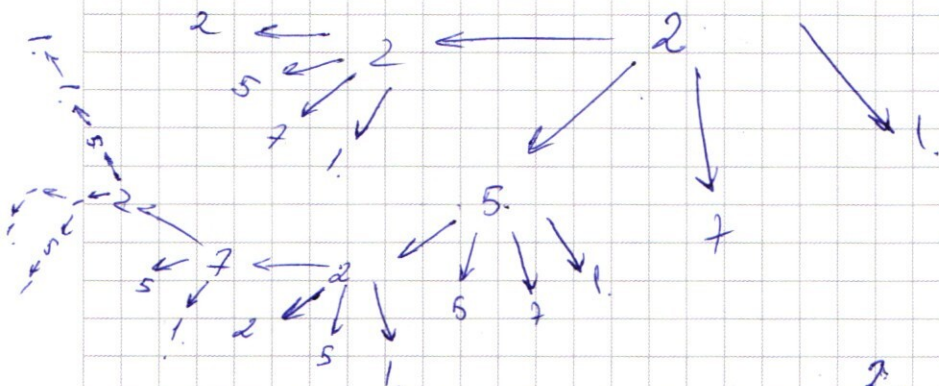
$$y = \frac{-a+1 - x(3a-b)}{-b^2-ab+12}.$$

$$\frac{3(a+b)x - a}{-12} = \frac{1 - 4bx}{(a+b)b}.$$

$$\frac{3(a+b)x - a}{-12} = \frac{1 - 4bx}{(a+b)b}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

22 57 2511.

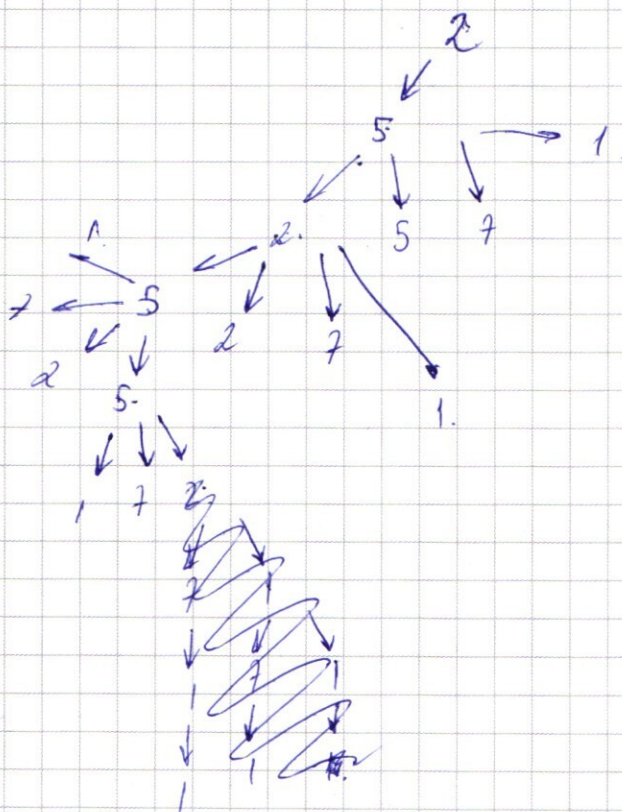


5 7 1.

$$3 \cdot 3 = 9.$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$36 \cdot 4$$



2

3

5		7		1.
---	--	---	--	----

2
1
5

7

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 4 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 432 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

1728

$$\begin{aligned} -y &> -x + 3 \\ y &\leq x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 1 \times 2 \\ 5 \times 2 \\ 2 \times 3 \\ 7 \times 1 \end{array}$$

$$y \leq x - 3.$$

~~$x - 3 - y - x + 3 - y$~~

$$-2y \leq 6$$

$$y \geq -3$$

$$-y \geq -x + 3$$
$$y \leq x - 3$$

$$y \geq -x + 3$$

4.3. by. by

$$-\cancel{x} + \cancel{3} + y + \cancel{x} - \cancel{3} + y$$

$$2y \leq 6$$

$$y \leq 3$$

$$-x+3+y-x+3-y$$

$$-2x + 6 \leq 6$$

$$-2x \leq 12$$

$$x \geq -6$$

$$-x+3 \geq y \geq x-3$$

$$-x + 3 \geq x - 3$$

$$-x + 3 - x + 3 \geq 0$$

$$-2x + 6 \geq 0.$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

$$27 \cdot 4 = 108$$

$$108 \cdot 4 = 432$$

$$432 \cdot 4 = \underline{1728}$$

$$-2(x-3) \geq 0$$

☒ черновик ☐ чистовик

$x - 3 \leq 0$. $x \leq 3$ (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x-3-y| + |x-3+y| \leq 6.$$

$$x-3-y=0$$

$$x-y=3.$$

$$x+y=3.$$

$$x-3-y + x-3+y$$

$$2x-6 \leq 6.$$

$$2x \leq 12.$$

$$\begin{cases} x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0 \\ x-3-y + x-3+y \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y \geq 3 \\ x+y \geq 3 \\ 2x-6 \leq 6. \end{cases}$$

$$2x$$

$$2x \leq 6$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 3+y \\ x \geq 3-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \geq 3+y \\ x \geq 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+y \leq 6. \\ x \geq 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 3 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 6 \\ x \geq 3. \end{cases}$$

$$6 \geq x \geq 3+y.$$

$$6 \geq 3+y. \quad 6 \geq 3+y.$$

$$\begin{cases} x-y \geq 3 \\ x+y \geq 3 \\ 2x-6 \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y \geq 3 \\ x+y \geq 3 \\ x \leq 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3+y \\ x \geq 3-y \\ x \leq 6. \end{cases}$$

$$x \leq 6.$$

$$\begin{cases} 6 \geq 3+y. & x \in \mathbb{R} \\ 6 \geq 3-y. & y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$6 \geq x \geq 3+y$$

$$3+y \leq x \leq 6.$$

$$\begin{cases} x-3-y + x-3+y \leq 6. \\ x-3-y \geq 0 \\ x-3+y \geq 0. \\ -x+3+y - x+3-y \leq 6. \end{cases}$$

$$12 \geq 9.$$

$$x=80$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{13} \cdot 1 \\ 2 \\ 3,5 \\ 3,5 \\ 17,5 \\ 105 \\ 12,5 \end{array}$$

$$(-1+\sqrt{13})^2$$

$$\approx 3,5$$

$$-1-3,5$$

$$\begin{array}{r} -4,5 \\ 2 \\ -4,5 \\ 20. \end{array}$$

$$\frac{1-2\sqrt{13}+13}{4} - \frac{-2+2\sqrt{13}}{4} + 10.$$

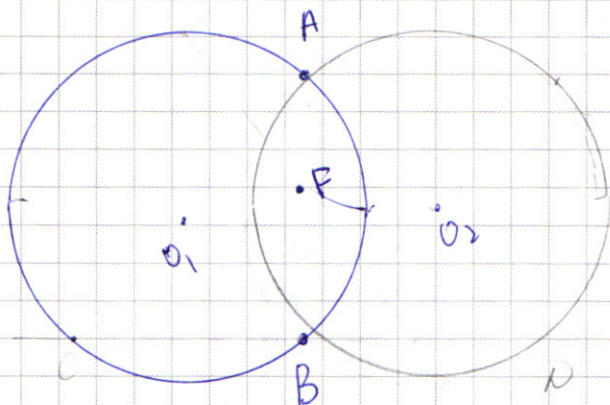
$$\frac{1-2\sqrt{13}+13+2-2\sqrt{13}}{4} + 10$$

$$\frac{14}{4} + 10 \geq 0.$$

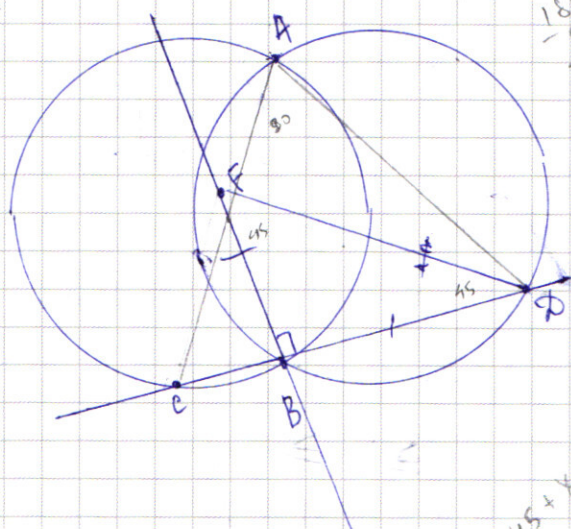
$$\begin{array}{r} -9 \\ 10. \\ -1,9. \end{array}$$

1: 4
2:

$$R = 9$$



ef - ?



$$\begin{array}{r} 180 \\ - 95 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$3(a+b)x + 12y = a.$$

$$\begin{cases} (a+b)b = 12 \\ 3(a+b) = 4b \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1+b)b = 12 \\ 3(1+b) = 4b \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 3 \\ b = -4 \\ a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3(1+b) &= 4b \\ 3 + 3b - 4b &= 0 \\ 3 - b &= 0 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$3 + 3b = 4b$$

$$3 = b$$

$$(1; -4) \quad (1; 3)$$

$$b^2 + b - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$b_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$b_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$