

# Олимпиада «Физтех» по физике, с

## Вариант 10-01

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Камень бросают с вышки со скоростью  $V_0 = 8$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью  $2,5V_0$ .

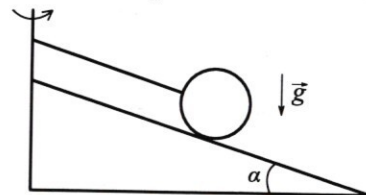
- 1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.
  - 2) Найти время полета камня.
  - 3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.
- Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние  $S$  к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно  $m$  и  $M = 5m$ . Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu$ .



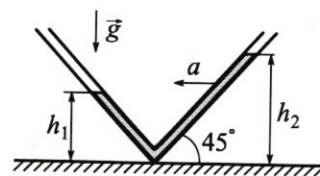
- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу  $F$  ( $F > F_0$ ) к канату?

3. Однородный шар массой  $m$  и радиусом  $R$  находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной  $L$ , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.



- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол  $\alpha = 45^\circ$ . При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах  $h_1 = 8$  см и  $h_2 = 12$  см.



- 1) Найдите ускорение  $a$  трубки.
- 2) С какой максимальной скоростью  $V$  будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Действие сил трения пренебрежимо мало.

5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре  $95^\circ\text{C}$  и давлении  $P = 8,5 \cdot 10^4$  Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
  - 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в  $\gamma = 4,7$  раза.
- Плотность и молярная масса воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\mu = 18$  г/моль.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

По того, как пар может конденсироваться, рассмотрим его как идеальный газ и запишем ур-е Клапейрона-Менделеева:

$$pV = \nu RT \Rightarrow \frac{\nu}{V} = \frac{p}{RT}, \text{ где } \nu - \text{кол-во вещества пара,}$$

$p$  - его давление,  $V$  - объём,  $T$  - температура.

Заметим, что  $\frac{\nu}{V} \cdot \mu = \frac{\nu \mu}{V} = \frac{m}{V} = \rho$  пара

$$\Rightarrow \frac{\mu p}{RT} = \rho_{\text{пара}} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 6,3 \cdot 10^4}{8,31 \cdot (95 + 273)} \approx \frac{120}{368} \approx 0,5 \text{ кг/м}^3$$

Плотность воды  $\rho$  равна  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

$$\Rightarrow \text{Отношение плотностей} = \frac{0,5}{1000} = 0,5 \cdot 10^{-3} \quad \text{— Ответ 3.}$$

Т.к. плотность насыщ. пара при данной температуре постоянна, отношение плотностей не меняется.

Т.к. у пара в процессе изменения  $p, T$  ( $p = \text{const}$  по той же причине, что и  $\rho$ ) из ур-я Клап.-Менд. следует, что отношение  $\frac{\nu}{V}$  тоже постоянно.  $\Rightarrow$  При уменьш.

объёма пара в 4,7 раза, кол-во ~~вещества~~ пара (указательно  $\nu$ ) станет равно  $\nu \cdot \frac{1}{4,7}$ . Т.к. системе не покидают молекулы, кол-во воды станет равно  $\nu \cdot \left(1 - \frac{1}{4,7}\right)$ .

При этом плотность пара выразится как  $\frac{\mu \cdot (\nu/4,7)}{V_{\text{пара}}}$ , а плотность воды (которая, очевидно, тоже ~~изменяется~~)



как  $\frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4,7}}}{V_{\text{водн.}}} \cdot \mu$ . При этом известно, что  $\rho_{\text{водн.}} / \rho_{\text{пары}} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3}}$

$$\Rightarrow \frac{\mu \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4,7}}}{V_{\text{водн.}}}}{V_{\text{водн.}}} = \frac{\mu \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4,7}}}{V_{\text{водн.}}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{водн.}}}{V_{\text{водн.}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4,7}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4,7}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{4,7 \cdot (1 - \frac{1}{4,7}) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{3,7 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{1,85 \cdot 10^{-3}} = \frac{20}{37} \cdot 10^3 \approx 0,54 \cdot 10^3$$

- Ответ 2.

~ 4

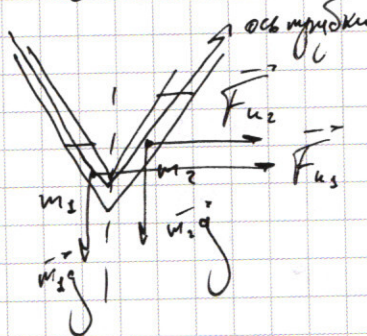
Рассмотрим масло в левой и правой частях трубки, как отдельные объекты с массами  $m_1$  и  $m_2$ , плотностью  $\rho$ .

Пусть трубка имеет площадь сечения  $S$ .

$$m_1 = h_1 \cos \alpha \cdot S \cdot \rho$$

$$m_2 = h_2 \cos \alpha \cdot S \cdot \rho$$

- где  $\alpha = 45^\circ$  и, соотв.,  $\cos \alpha = \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$



Рассмотрим проекции двух имеющих в первом случае сил (тяжести и инерции) на ось трубки. Чтобы система оставалась в равновесии, сумма этих проекций должна быть равна нулю.

$$\Rightarrow m_1 a \cos \alpha + F_{n1} \sin \alpha = m_2 g \cos \alpha - F_{n2} \sin \alpha$$

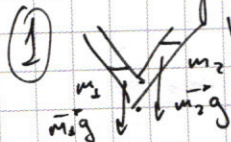
$$\Rightarrow m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a \quad (\text{п.к. } |F_n| = ma)$$

$$\Rightarrow a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = \frac{\cos \alpha \cdot S \cdot \rho \cdot g(h_2 - h_1)}{\cos \alpha \cdot S \cdot \rho \cdot (h_1 + h_2)} = \frac{g(h_2 - h_1)}{h_1 + h_2}$$

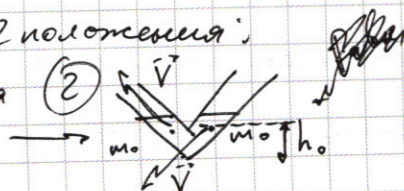
II зак. Ньютона

- Ответ 3.

Во втором случае рассмотрим 2 положения:



сразу после прекращения ускорения





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В положении (Б) масло на одном уровне  $h_0$ , т.к.

в этом случае равнодействующая "разгоняющая"   
масло проекции на ось трубки равна 0, ~~т.е.~~   
(сил) ~~т.е.~~

~~т.е.~~ т.е. и ускорение  $a$  масла в трубке  $= 0$ .

До этого момента  $a$  растёт, а после - будет уменьшаться, т.к. равнодействующая развернётся.

Энергии системы в любых положениях равны по ЗСЭ:

$$m_1 g \frac{h_1}{2} + m_2 g \frac{h_2}{2} = m_0 g h_0 + m_0 g h_0 + \frac{m_0 V^2}{2} + \frac{m_0 V^2}{2}$$

(рассматривая центр масс)

$$\Rightarrow h_1 g \frac{h_1}{2} + h_2 g \frac{h_2}{2} = 2 g h_0 + 2 \frac{h_0 V^2}{2}$$

$$h_0 = \frac{h_1/2 + h_2/2}{2} = \frac{h_1 + h_2}{4}$$

$$\frac{g h_1^2}{2} + \frac{g h_2^2}{2} - 2 g \frac{h_1^2 + h_2^2 + 2 h_1 h_2}{16} = \frac{(h_1 + h_2) V^2}{4}$$

$$4 g (h_1^2 + h_2^2) - g (h_1^2 + h_2^2 + 2 h_1 h_2) = 2 (h_1 + h_2) V^2$$

$$\frac{g (3 h_1^2 + 3 h_2^2 - 2 h_1 h_2)}{2 (h_1 + h_2)} = V^2$$

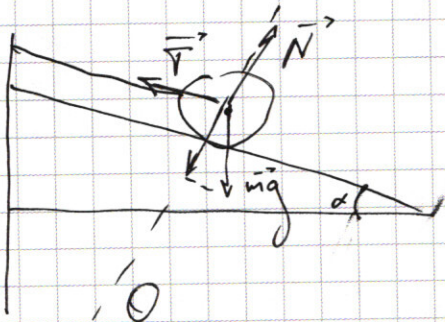
$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{g (3 h_1^2 + 3 h_2^2 - 2 h_1 h_2)}{2 (h_1 + h_2)}}$$

— Ответ 2.



~ 3

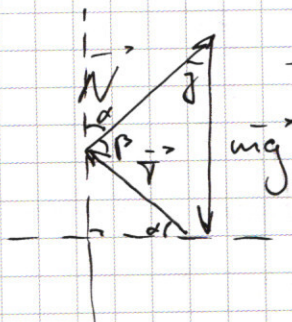
1)



Обозначим силы, действ. на шар. ( $T$  - сила натяж. нити,  $N$  - р. опоры)

$N = mg \cos \alpha$  (равенство проекций

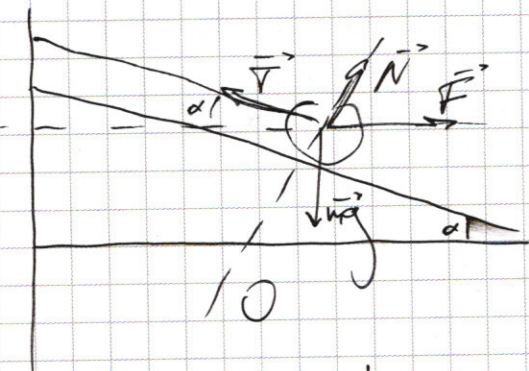
на ось  $O$ ). Т.к. шар покоится,  $\vec{mg} + \vec{N} + \vec{T} = 0$ .



Построим треугол. векторов, отложив  $\alpha$  там, где он очевиден.  $\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ$ .  $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$  (р.)

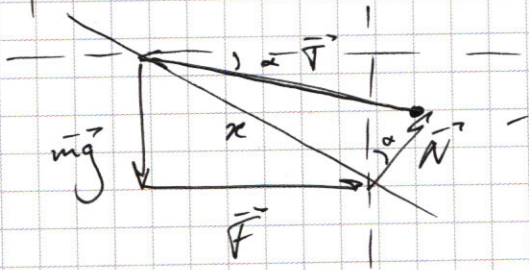
$\Rightarrow T = mg \sin \alpha$  - Ответ 1.

2)



Здесь  $F$  - сила трения вращения, равная, очевидно,  $m\omega^2(L+R)\cos\alpha$

Метод аналогичный:



Проведем диагональ  $x$  - угольника векторов.  $\vec{T} \perp \vec{N}$  - очевидно (также, как и в п.1).

Назовем эту диагональ  $x$ .

$\Rightarrow x^2 = T^2 + N^2$ . Кроме того,  $x^2 = (mg)^2 + F^2$

$\Rightarrow T^2 = mg^2 + F^2 - N^2$

~~$+ m^2 \omega^4 (L+R)^2 \cos^2 \alpha$~~   
 ~~$\Rightarrow T = m \sqrt{g^2 \sin^2 \alpha + \omega^4 (L+R)^2 \cos^2 \alpha}$~~   
- Ответ 2



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Из рав-ва проекций на ось  $O$ :

$$N = mg \cos \alpha - F \sin \alpha \quad - \text{м.к. шар неупругий, } N \geq 0$$

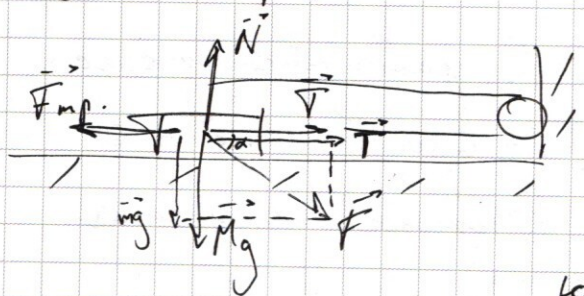
$$\Rightarrow T^2 = m^2 g^2 \sin^2 \alpha + F^2 (1 + \sin^2 \alpha) - m^2 g^2 \sin^2 \alpha + \omega^4 (L+R)^2 \cos^2 \alpha \cdot (1 + \sin^2 \alpha)$$

$$\Rightarrow T = m \sqrt{g^2 \sin^2 \alpha + \omega^4 (L+R)^2 \cos^2 \alpha (1 + \sin^2 \alpha)}$$

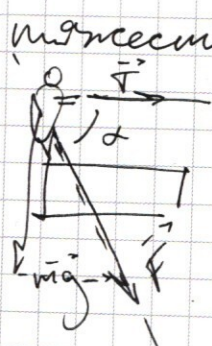
= Ответ ?

✓ 2

Рассмотрим силы, действ. на ящик. Пусть человек упирается в него под углом  $\alpha$  к гориз. и давит с силой  $\vec{F}$ :



Заметим, что  $\vec{F}$  складывается из векторной суммы силы натяжения нити  $T$  (действующей на руку человека) и силы тяжести, действующей на человека.



$\Rightarrow$  При рассмотрении вектора  $\vec{F}$  как силы, действующей на ящик, его можно сразу разложить на горизонтальный  $\vec{T}$  и вертикальный  $\vec{Mg}$ . Т.к. на вертикальной оси теперь только силы  $\vec{N}$ ,  $\vec{Mg}$  и  $\vec{mg}$  (проекции остальных сил = 0)



можем сделать вывод, что на ладонь (с человеком, которого мы заменили на набор св.) давит с силой

$$P = (M+m)g = 6 \text{ мкг} - \text{Ответ 1} \quad \left( \text{т.к. } \vec{N} \text{ противополож. } \vec{Mg} + \vec{mg} \right).$$

$$\Rightarrow N = 6 \text{ мкг} \Rightarrow F_{\text{тр.}} = 6 \text{ мкг}.$$

На горизонтальной оси влево тянется сила  $F_{\text{тр.}}$  трения,  $F_{\text{тр.}} = \mu N = 6 \text{ мкг}$ , а вправо — две силы  $T$  (от нити и переданная человеком). Чтобы ладонь сдвинулась, необходимо выполнение нерав-ва:  $2T > 6 \text{ мкг}$ .

"Крайний" случай —  $2T = 6 \text{ мкг}$ .

Пусть человек тянет канат с силой  $F'$  по III закону Ньютона  $\Rightarrow T = F'$ .

$$\Rightarrow 2F_0 = 6 \text{ мкг} \Rightarrow F_0 = 3 \text{ мкг} \quad \text{Ответ 2.}$$

Если человек тянет с силой  $F' > F_0$ , равнодействующая сил, действ. на ладонь, равна  $2F' - 6 \text{ мкг}$  и направл. горизонтально вправо. По II зак. Ньютона ускорение ладони составит  $a = \frac{2(F' - 3 \text{ мкг})}{M}$

Из кинематики известно, что  $V_{\text{max}}^2 = 2a \cdot S'$

$$\Rightarrow V_{\text{max}} = \sqrt{2a S'} = \sqrt{\frac{4(F' - 3 \text{ мкг})}{M} \cdot S'}$$

$$= \sqrt{\frac{4(F' - 3 \text{ мкг}) \cdot S'}{5m}}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1

П.к. камень все время приближался к Земле, его кинули под  $60^\circ$  вниз от горизонта. Пусть  $\vec{V}_{0y}$  и  $\vec{V}_{0x}$  - проекции  $\vec{V}_0$  на оси  $y$  и  $x$ , а  $\vec{V}_x$  и  $\vec{V}_y$  - проекции конечной скорости.

$$V_{0y} = \sin \alpha \cdot V_0 = 4\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$V_{0x} = \cos \alpha \cdot V_0 = 4 \text{ м/с}$$

Рассмотрим ~~в~~ вертикальную составляющую движения и заметим, что она уменьшается с ускорением  $g$ .

Из кинематики:

$$V_y^2 - V_{0y}^2 = 2gh, \text{ где } h - \text{высота вышки.}$$

Энергия камня в нач. падения:  $mgh + \frac{mV_0^2}{2}$ , в конце -  $\frac{m \cdot \frac{25}{4} V_0^2}{2}$ . По ЗСЭ:

$$mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{25mV_0^2}{2} \Rightarrow 2gh = (6,25 - 1)V_0^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{5,25 V_0^2}{2g} = \frac{64 \cdot 5,25}{20} = 3,2 \cdot 5,25 = 16,8 \text{ м}$$

$$\Rightarrow V_y = \sqrt{2gh + V_{0y}^2} = \sqrt{336 + 48} = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

Ответ 1

Время полёта  $t$  равно:  $\frac{V_y + V_{0y}}{2} t = h$

$$\Rightarrow t = \frac{2h}{V_y + V_{0y}} = \frac{2 \cdot 16,8}{8\sqrt{6} + 4\sqrt{3}} = \frac{16,8}{2\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \frac{8,4}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \text{Ответ 2}$$



Горизонтальное смещение (пренебрегая сопротивлением воздуха,  $V_{0x}$  сохраняется):

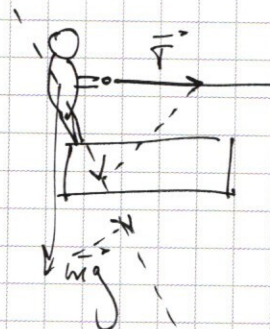
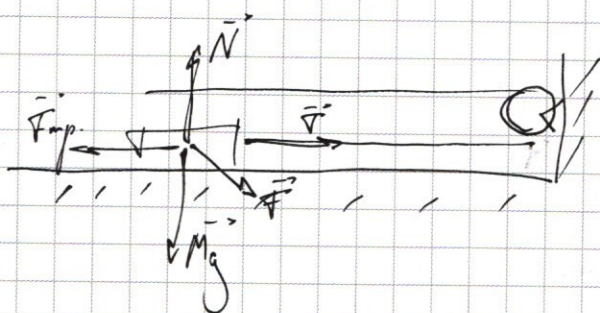
$$V_{0x} \cdot t = \frac{33,6}{256 + 53}$$

— Ответ 3.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

22



Травма силе тяги  
г-бека

Т.х. Канет  
Кензбек...  
⇒ Равновесие.  
= 0.

$T \cos \alpha + mg \sin \alpha$

$$F_{\text{тр.}} = 2T$$

$$\begin{pmatrix} \mu N \\ (m+M)g \end{pmatrix}$$

$$\mu(m+M)g = 2T$$

$$T = \frac{\mu(m+M)g}{2} = F_0$$

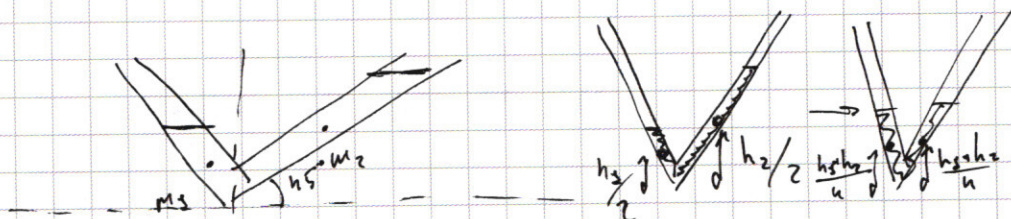
$$\begin{aligned} & \sqrt{2596} \\ & \sqrt{24} \\ & \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\frac{2T - \mu(m+M)g}{M} = a$$

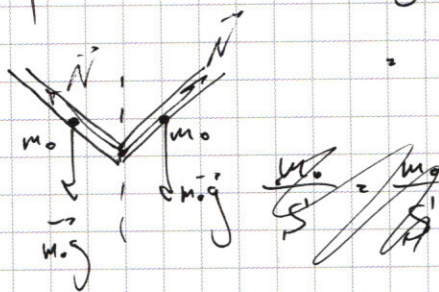
$$\begin{aligned} & S' = a, \quad V_{\text{max}}^2 = 2aS' \\ & \Rightarrow V = \sqrt{2aS'} \end{aligned}$$



u



$$m_1 g h_1 / 2 + m_2 g h_2 / 2 =$$



$$m_2 g \cos \alpha - m_1 g \cos \alpha = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$h_2 g \cos \alpha - h_1 g \cos \alpha = (h_1 + h_2) a$$

$$m_0 g \cos \alpha = m_0 g \cos \alpha$$

5)

$$m_1 g \cos \alpha + F_{\text{тр}} \sin \alpha = m_2 g \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha$$

$$\text{В.К. } \alpha = 45^\circ; \cos \alpha = \sin \alpha$$

⇒ Можно сократить

$$m_1 g - F_{\text{тр}1} = m_2 g - F_{\text{тр}2}$$

$$m_1 g - m_1 a = m_2 g - m_2 a$$

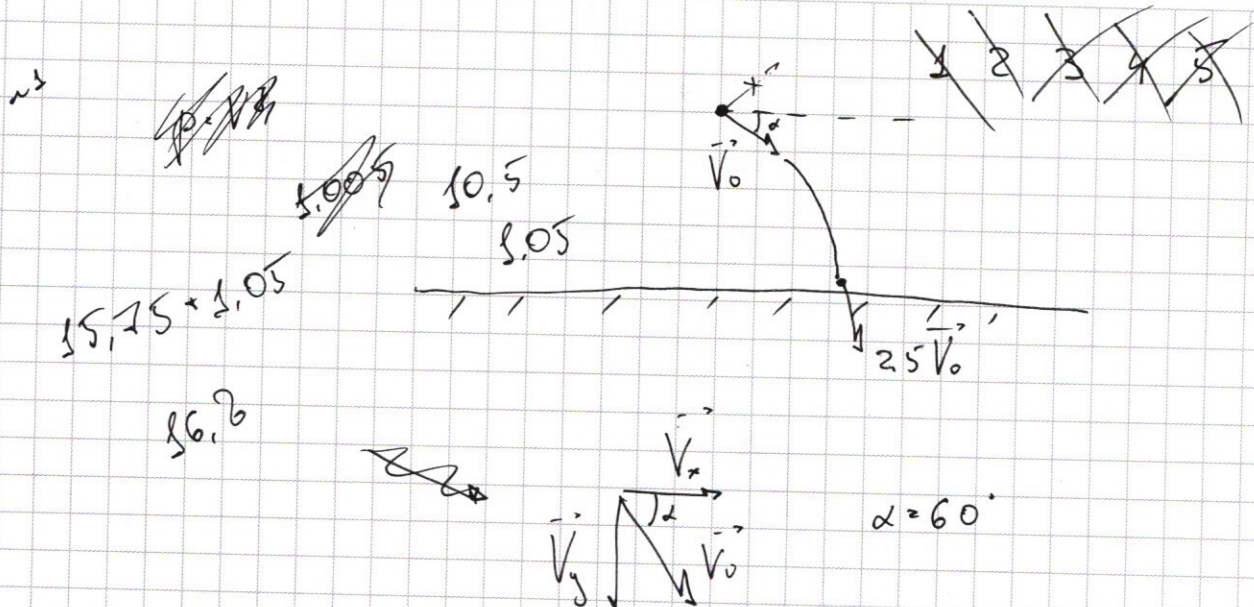
$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = \frac{g(h_2 - h_1)}{h_1 + h_2}$$

$$m_1 = h_1 \cos \alpha \cdot S \cdot \rho$$

$$m_2 = h_2 \cos \alpha \cdot S \cdot \rho$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{2}{5} = \frac{0.85}{0.85}$$

$$V_y = \sin \alpha \cdot V_0 = 4\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$V_x = \cos \alpha \cdot V_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$V_y^2 - V_{0y}^2 = 2gh$$

$$mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{m \cdot 25}{2} V_0^2$$

$$\frac{25}{0.2} = \frac{525}{0.05}$$

$$2gh = (6.25 - 5)V_0^2$$

$$2gh = 5.25 V_0^2$$

$$h = \frac{5.25 V_0^2}{2g} = \frac{64 \cdot 5.25}{20}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{n \cdot \lambda}$$

$$2.2$$

$$5.95 + 2.2$$

$$\frac{12}{5} = \frac{V}{P}$$

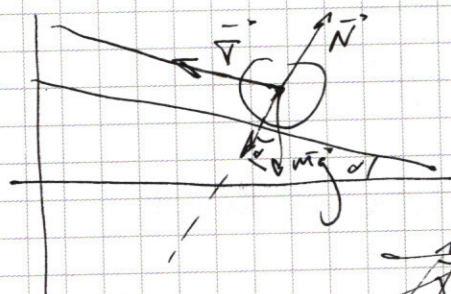
$$PV = RT$$

$$\left( \frac{2.2}{5} - 5.95 \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

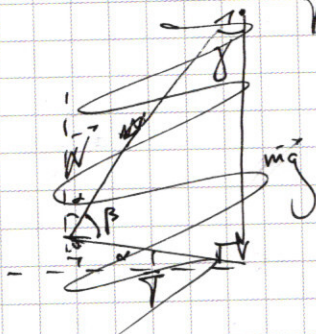


1)

нз

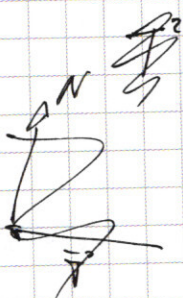


$$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$



$$\beta = 180 - (90 - \alpha + \alpha) = 90^\circ$$

$$N = mg \cos \alpha$$



$$T = \sqrt{m^2 g^2 - N^2}$$

$$= \sqrt{m^2 g^2 - m^2 g^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{m^2 g^2 \sin^2 \alpha}$$

$$= mg \sin \alpha$$

2)

