

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР



..... секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1.

$4900 = 49 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$. Чтобы получить такое произведение, цифры должны быть $7, 7, 5, 5, 2, 2, 1, 1$, либо можем "объединить" двойки в 4 и тогда цифры: $7, 7, 5, 5, 4, 1, 1$. Другие цифры "объединить" не можем, т.к. все остальные произведения > 9 .

Комбинаций для $\frac{7}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$:

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{16} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$$

Комбинаций для $\frac{7}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$:

$$\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

Итого $2520 + 1680 = 4200$ вариантов.

Ответ: 4200 чисел.

~ 2. $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{2000} = S$; Пусть $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = q$. Тогда можем

записать прогрессию так: $b_1 \cdot q^0 + b_1 \cdot q^1 + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{1999} = S$.

По формуле геом. прогрессии: $S_{1000} = S = \frac{b_1(q^{2000} - 1)}{q - 1}$

По уш: $b_1 + b_2 + 40b_3 + b_4 + b_5 + 40b_6 + \dots + b_{1999} + 40b_{2000} = 5S$. Вычтем S из обеих сторон, но слева запишем в виде суммы $b_1 + b_2 + b_3 \dots$:

$$39b_3 + 39b_4 + 39b_5 + \dots + 39b_{2000} = 4S$$

$$b_3 + b_4 + \dots + b_{2000} = \frac{4S}{39}$$

$$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^3 + \dots + b_1 \cdot q^{1999} = \frac{4S}{39} \quad \text{— получим новую геом. прогрессию, где } q_1 = q^2, \text{ а перв. член } = b_1 \cdot q^2$$

$$\text{Значит, ее сумма } S_{1000} = \frac{4S}{39} = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^2)^{1000} - 1}{q^2 - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{39b_1 \cdot q^2 (q^{2000} - 1)}{4q^2 - 4} = \frac{b_1 (q^{2000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{39b \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{4q^3 - 4} = \frac{b \cdot (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{39q^2}{4q^3 - 4} = \frac{1}{q - 1}$$

$$39q^2(q - 1) = 4q^3 - 4$$

$$39q^3 - 39q^2 = 4q^3 - 4$$

$$35q^3 - 39q^2 + 4 = 0 - q = 1 \text{ подходит} \Rightarrow \text{многочлен } 35q^3 - 39q^2 + 4 \text{ делится на } (q - 1):$$

$$\begin{array}{r|l} 35q^3 - 39q^2 + 0 \cdot q + 4 & q - 1 \\ - 35q^3 + 35q^2 & \\ \hline -4q^2 + 0 \cdot q & \\ -4q^2 + 4q & \\ \hline -4q + 4 & \\ -4q + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 35q^3 - 39q^2 + 4 = (q - 1)(35q^2 - 4q - 4)$$

$$35q^2 - 4q - 4$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16 + 560 = 576 = 24^2$$

$$q_1 = \frac{4 + 24}{70} = \frac{28}{70} = 0,4$$

$$q_2 = \frac{4 - 24}{70} = -\frac{2}{7} \Rightarrow 35q^2 - 4q - 4 = 35(q - 0,4)(q + \frac{2}{7}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35q^3 - 39q^2 + 4 = 35(q - 1)(q - 0,4)(q + \frac{2}{7}) = 0 - \text{корни } q = 1 - \text{не подх., к.к. } q \text{ должен быть } > 0, q = 0,4 - \text{подх.}, q = -\frac{2}{7} - \text{не подх., к.к. } q \text{ должно быть } > 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 0,4.$$

Запишем искомую последовательность (назовем ее S_1):

$$S_1 = b_1 + 3b_2 + b_3 + 3b_4 + \dots + 3b_{3000} = S + 2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000}$$

Пусть последовательность $S_0 = 2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000}$ тогда $S_1 = S + S_0$,

а нам нужно найти $\frac{S_1}{S} = \frac{S + S_0}{S} = 1 + \frac{S_0}{S}$ ~~и т.д.~~

$$S_0 = 2b_1 \cdot q^1 + 2b_1 \cdot q^3 + 2b_1 \cdot q^5 + \dots + 2b_1 \cdot q^{2999}$$

$$\text{Запишем } S_0 \text{ по формуле: } S_{1500} = S_0 = \frac{2b_1 \cdot q^1 (q^{2 \cdot 1500} - 1)}{q^2 - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S} = 1 + \frac{S_0}{S} = 1 + \frac{2b_1 \cdot q (q^{3000} - 1)}{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)} = 1 + \frac{2q}{q - 1} = 1 + \frac{2q(q - 1)}{q^2 - 1} = 1 + \frac{2q(q - 1)}{(q - 1)(q + 1)} =$$

$$= 1 + \frac{2q}{q + 1} = 1 + \frac{2 \cdot 0,4}{0,4 + 1} = 1 + \frac{0,8}{1,4} = 1 + \frac{8}{14} = 1 + \frac{4}{7} = \frac{7 + 4}{7} = \frac{11}{7} = \frac{S_1}{S}.$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

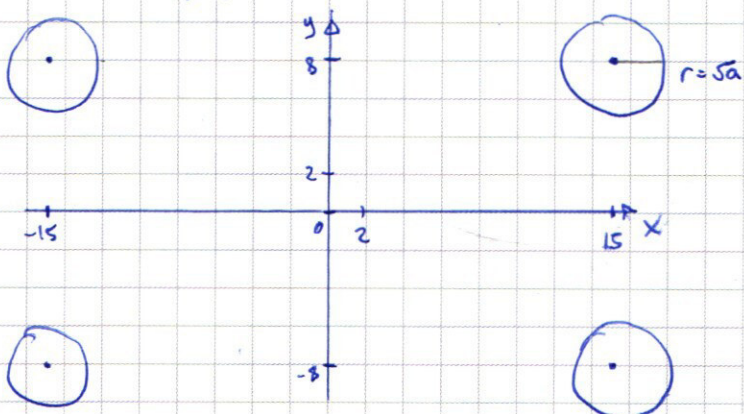
$$\sim 7. \begin{cases} |y-x+8| + |y-x-8| = 16 \\ (x-15)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases}$$

$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ - это то же самое, что переложить четверть ($x > 0, y > 0$)

графики $(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ отразить по осям x и y симметрично, а график

$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ - это график окружности с центром в $(15; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

П.е. график $(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ выглядит приблизительно так:



Теперь рассмотрим
 $|y-x+8| + |y-x-8| = 16$

всего 4 случая:

$$1) \begin{cases} y-x+8 \geq 0 \\ y-x-8 \geq 0 \end{cases}$$

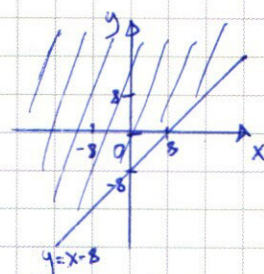
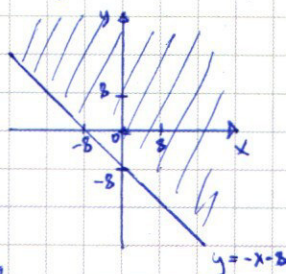
$$3) \begin{cases} y-x+8 \geq 0 \\ y-x-8 < 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y-x+8 < 0 \\ y-x-8 < 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y-x+8 < 0 \\ y-x-8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-x+8 \geq 0 \\ y \geq -x-8 \end{cases}$$

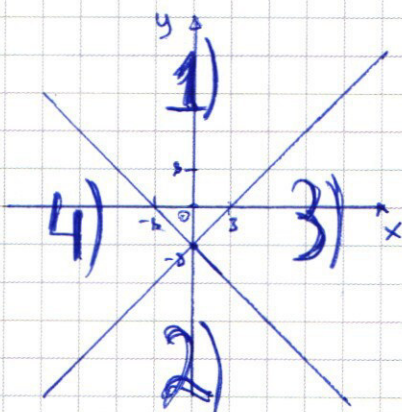
$$\begin{cases} y-x+8 \geq 0 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$



в заштрихованной
зоне $y > -x-8$, а
в не заштрихованной
 $y < -x-8$.

в заштрих. зоне
 $y > x-8$, а в
не заштрих.
 $y < x-8$.

✶ Тогда совмещив графики
получаем 4 области, соответств.
4 условиям:



Графики в 4х случаях:

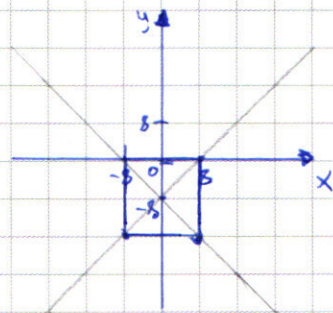
$$1) \begin{cases} y-x+8 + y-x-8 = 16 \\ 2y+16 = 16 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -y-x-8 - y+x-8 = 16 \\ -2y-16 = 16 \\ y = -16 \end{cases}$$

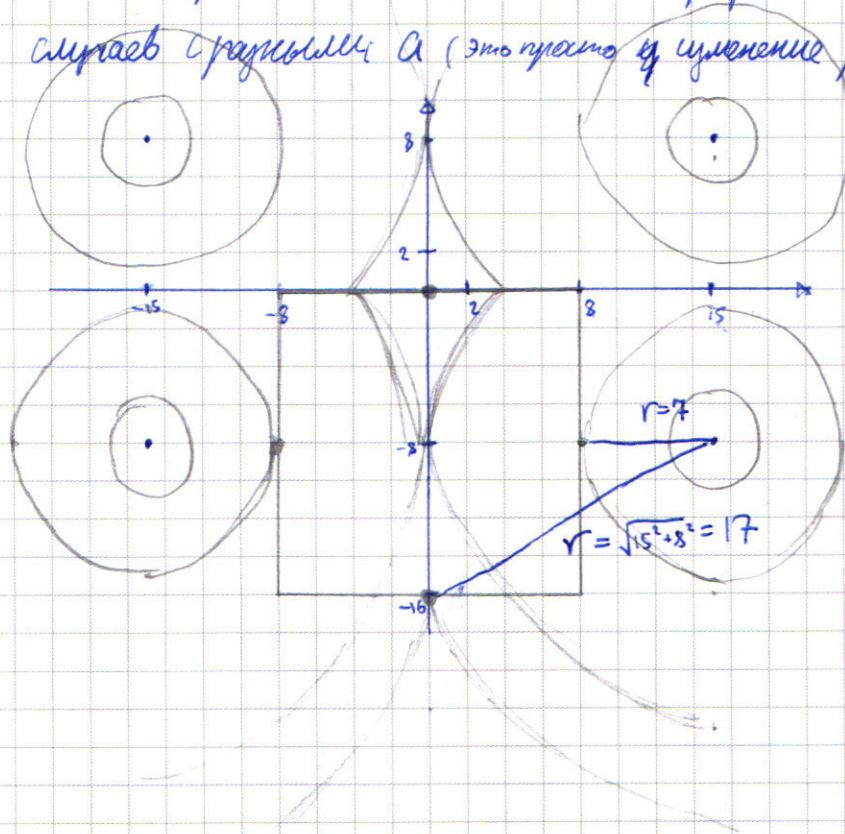
$$3) \begin{cases} y-x+8 - y+x-8 = 16 \\ 2x = 16 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} -y-x-8 + y-x+8 = 16 \\ -2x = 16 \\ x = -8 \end{cases}$$

Нарисуем в соотв. областях те части графиков, которые будут попадать:



Теперь совместим 1й и 2й графики и нарисуем несколько точек слайда с графиками a (это просто a — изменение радиуса окр.)



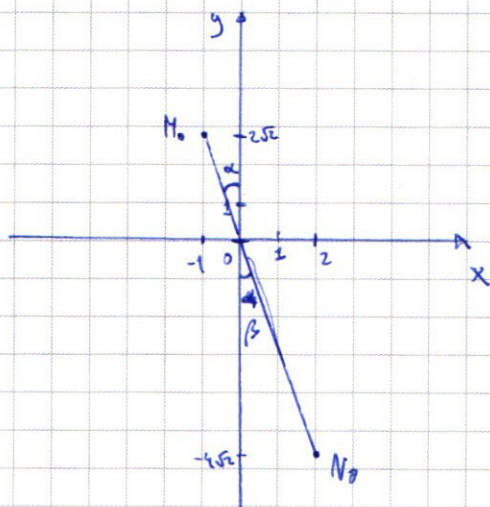
Видим, что две точки пересечения кругов и квадрата будут только при $r=7$ и $r=17$, т.е. $a=49$ и $a=289$.

Ответ: $a=49$; $a=289$.

~5. $M_0(-1; 2\sqrt{2})$; $N_0(2; -4\sqrt{2})$ — узнаем радиусы окружностей, по которым движутся карась и пещерщик: $r_k = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9} = 3$

$r_n = \sqrt{(2)^2 + (-4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4 + 32} = \sqrt{36} = 6$. Нарисуем точки (на след. странице).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Убедимся, что $\alpha = \beta$:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2.5}$$

$$\tan \beta = \frac{2}{1.5} = \frac{1}{0.75} = \frac{1}{2.5} = \tan \alpha, \text{ оба угла острые} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \alpha = \beta$, т.е. корабль и пескary

начинают в диаметрально противоположных точках.

v_n - скор. пескary $\Rightarrow v_k = 2.5 v_n$ - скор. корабля.

ω_n - угл. скор. пескary; ω_k - угл. скор. корабля.

$$\omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \omega_n = \frac{v_n}{r_n}; \omega_k = \frac{v_k}{r_k} = \frac{2.5 v_n}{3} = \frac{5 v_n}{6}$$

$$\omega_n = \frac{v_n}{6} \Rightarrow \frac{\omega_k}{\omega_n} = \frac{5}{1} \text{ - т.е. угловая скорость корабля в 5 раз больше.}$$

$\Rightarrow$ корабль догонит пескary (в т.ч. и угла) со скор. $\omega_k - \omega_n = 4\omega_n$.

Вначале между ними угол π .

Найдем за сколько корабль догонит пескary в 1 оборот.

$$5\omega_n t = \omega_n t + \pi \left(\frac{\omega_n t + \pi}{5\omega_n} = \frac{\omega_n t}{\omega_n} \right)$$

$$4\omega_n t = \pi$$

$$\omega_n t = \frac{\pi}{4} \text{ - т.е. пескary пройдет } \frac{\pi}{4}, \text{ и}$$

корабль - $\frac{5\pi}{4}$ и они "встретятся" (т.е. у них

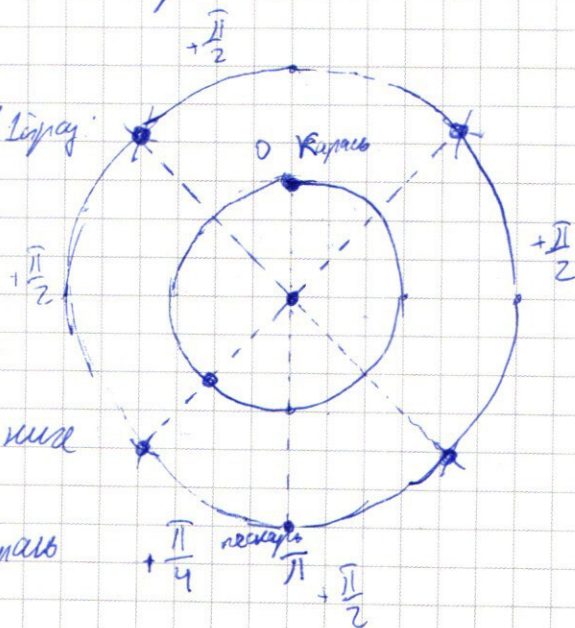
будет максимальное сближение)

Затем, чтобы снова догнать пескary корабль прокосит

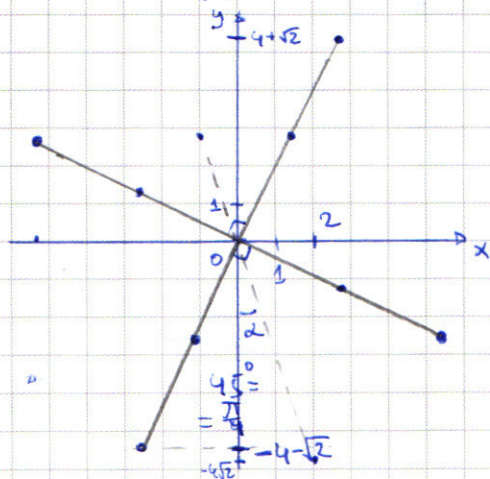
~~еще 3 оборота~~

$2\pi + \omega_n t$, и пескary - $\omega_n t$.

$$\frac{2\pi + \omega_n t}{5\omega_n} = \frac{\omega_n t}{\omega_n} \Rightarrow 2\pi + \omega_n t = 5\omega_n t \Rightarrow 4\omega_n t = 2\pi \Rightarrow \omega_n t = \frac{\pi}{2}, \text{ т.е.}$$



затем они будут "встречаться" каждые $\frac{\pi}{2}$ радиан. $\Rightarrow$ будет всего 4 точки:



$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \cos\alpha \cos\frac{\pi}{4} + \sin\alpha \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{4+4\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{6} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{6} + \frac{\sqrt{2}}{6} =$$

$$= \frac{4+\sqrt{2}}{6} = \frac{|y|}{r_n} = \frac{|y|}{6} \Rightarrow |y| = 4+\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_n = \pm \sqrt{r_n^2 - (4+\sqrt{2})^2} = \pm \sqrt{36 - (16+2+8\sqrt{2})} =$$

$$= \pm \sqrt{18-8\sqrt{2}}$$

Ответ. Эти точки - $(\sqrt{18-8\sqrt{2}}, 4+\sqrt{2})$;
 $(-\sqrt{18-8\sqrt{2}}, 4+\sqrt{2})$;
 $(\sqrt{18-8\sqrt{2}}, -4-\sqrt{2})$;
 $(-\sqrt{18-8\sqrt{2}}, -4-\sqrt{2})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30

12 33 37 23 3 12 5 11 22
13 23 32 13 3 13 2 12 12
13 32 31 32 3 2 13 1 22 1
23 13 32 31 3 2 3 1 2 1 12
23 32 32 3 2 1 2 1 2 1
21 33 32 3 2 1 2 1 1

1.

$$7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$4900 = 49 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8!}{16} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{16} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2 \cdot 18 \cdot 20 \cdot 7 = 18 \cdot 140 =$$

$$= 2520$$

$$\frac{2520}{1680} = 1.5$$

2.

$$b_1 \cdot q^0 + b_1 \cdot q^1 + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{2999} = S$$

$$b_1 \cdot q^0 + b_1 \cdot q^1 + b_1 \cdot q^2 \cdot 40 + \dots + b_1 \cdot q^{2999} \cdot 40 = 5S$$

$$b_1 \cdot q^2 \cdot 39 + b_1 \cdot q^5 \cdot 39 + b_1 \cdot q^8 \cdot 39 + \dots + b_1 \cdot q^{2999} \cdot 39 = 4S$$

$$39(b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^5 + b_1 \cdot q^8 + \dots + b_1 \cdot q^{2999}) = 4S$$

$$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^5 + \dots + b_1 \cdot q^{2999} = \frac{4S}{39}$$

$$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^5 + \dots + b_1 \cdot q^{2999} = \frac{4S}{39}$$

$$b_1 \cdot q^0 + 2 \cdot b_1 \cdot q^1 + b_1 \cdot q^2 + 3 \cdot b_1 \cdot q^3 + \dots + 3 \cdot b_1 \cdot q^{2999} = S_1$$

$$S + 2b_1 \cdot q^1 + 2b_1 \cdot q^3 + \dots + 2b_1 \cdot q^{2999} = S_1 = S + S_0$$

$$S_0 = \frac{2b_1 \cdot q^1 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{S_1}{S} = \frac{S + S_0}{S} = 1 + \frac{S_0}{S} = 1 + \frac{2b_1 \cdot q^1 (q^{3000} - 1)}{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)} = 1 + \frac{2q}{q+1}$$

$$= 1 + \frac{2b_1 \cdot q^1 (q^{3000} - 1)}{b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)} = 1 + \frac{2q}{q+1}$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8!}{16} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2 \cdot 18 \cdot 20 \cdot 7 = 18 \cdot 140 =$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$1222 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$1122 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

$$12 \cdot 33$$

$$\Rightarrow 35q^3 - 39q^2 + 4 = (q-1)(35q^2 - 4q - 4)$$

$$35q^3 - 4q^2 - 4q - 35q^2 + 4q + 4 = 35q^3 - 39q^2 + 4 - \text{верно.}$$

$$35q^2 - 4q - 4$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 560 + 16 = 576 = 24^2.$$

$$q_1 = \frac{4+24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{4 \cdot 7}{10 \cdot 7} = 0,4.$$

$$q_2 = \frac{4-24}{70} = -\frac{20}{70}, \text{ но все члены - полож.} \Rightarrow q \text{ не отриц.}$$

также $q \neq 1$ (т.к. иначе это неgeom. прогр.) $\Rightarrow$ остается 1 вариант:

$$q = 0,4 \Rightarrow \frac{S_4}{S} = 1 + \frac{2q}{q+1} = 1 + \frac{2 \cdot 0,4}{0,4+1} = 1 + \frac{0,8}{1,4} = 1 + \frac{8}{14} = 1 + \frac{4}{7} = \frac{7+4}{7} = \frac{11}{7}.$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз.

~ 3.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40 \quad - \quad \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ и } x^2 + 6x - 40 \text{ одного знака.}$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 (x^3 - 64x + 200) = x^4 + 6x^3 - 40x^2 + 6x^3 + 36x^2 - 240x - 40x^2 - 240x + 1600$$

$$\left(\frac{x^2}{8} + 2 \cdot \frac{x}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{50}{4}\right) (x^3 - 64x + 200) = x^4 + 12x^3 - 44x^2 - 480x + 1600.$$

$$\left(\frac{x^2}{8} + \frac{5x}{2} + \frac{50}{4}\right) (x^3 - 64x + 200) = \left(\frac{x^2}{8} + \frac{20x}{8} + \frac{100}{8}\right) (\dots) = \frac{1}{8} (x^2 + 20x + 100) (x^3 - 64x + 200) = \dots - 12800$$

$$(x^2 + 20x + 100)(x^3 - 64x + 200) = 8x^4 + 96x^3 - 352x^2 - 3840x + 12800$$

$$x^5 + 20x^4 + 100x^3 - 64x^3 - 1280x^2 - 6400x + 200x^2 + 4000x + 20000 = 8x^4 + 96x^3 - 352x^2 - 3840x + 12800.$$

$$x^5 + 12x^4 + 36x^3 - 96x^3 - 1080x^2 + 352x^2 - 2400x + 3840x + 7200 = 0.$$

$$x^5 + 12x^4 - 60x^3 - 728x^2 + 1440x + 7200 = 0.$$

$$-32 + 192 - 480 - 2912 -$$

$$x^2 + 6x - 40 > 0$$

$$D = 36 + 160 = 196 = 14^2$$

$$x_1 = \frac{-6+14}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

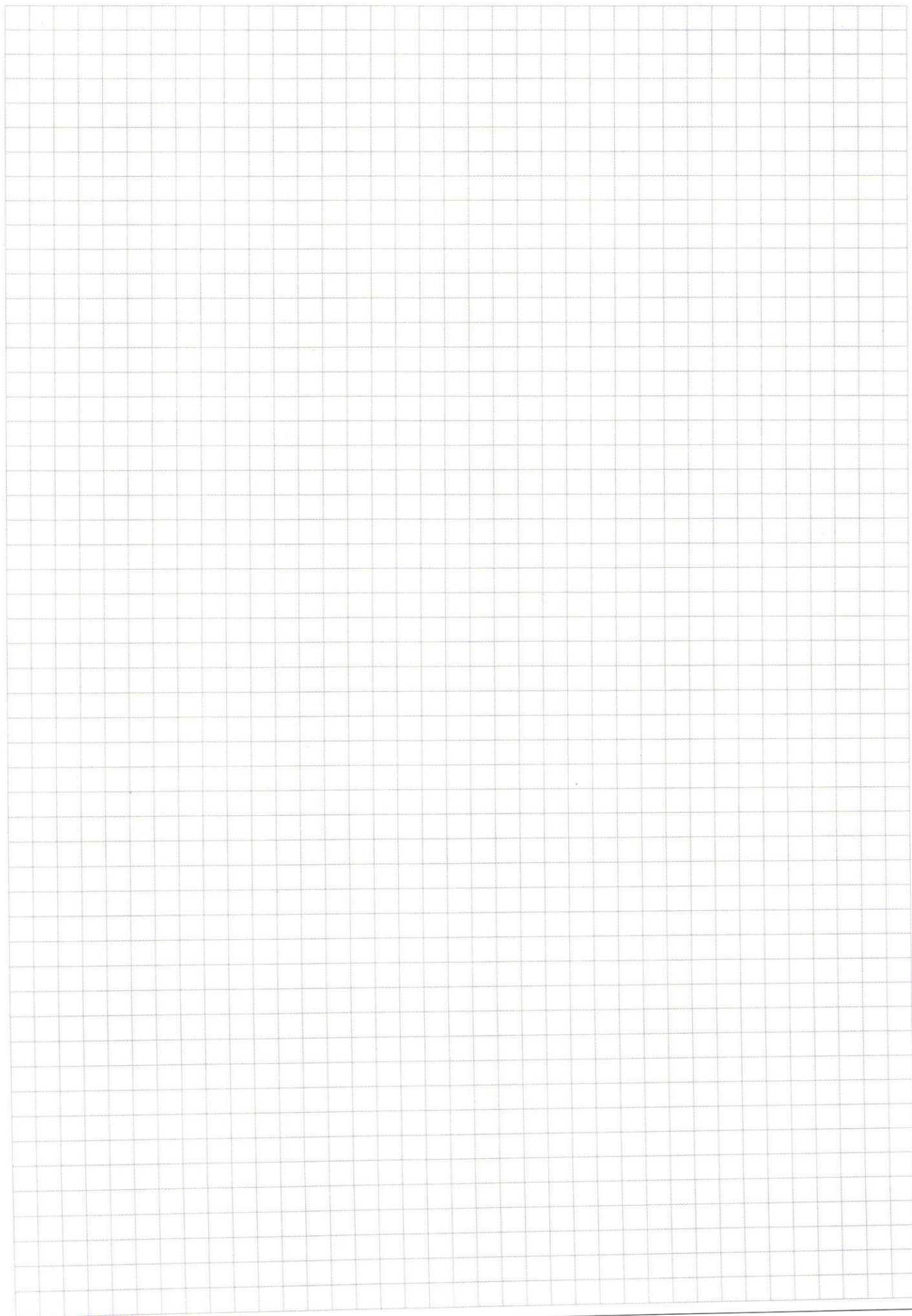
$$x_2 = \frac{-6-14}{2} = -10. \quad (x+10)(x-4).$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1.

$4900 = 43 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ Значит, чтобы произведение цифр было равно 4900, в числе должны быть цифры 7, 7, 2, 2, 5, 5, и, и.к. число восьмизначное, две единицы. Эти простые множители должны представлять каждую своей цифрой, и.к. мы не можем с помощью одной цифры добавить два множителя из-за того, что не можем произведений =



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

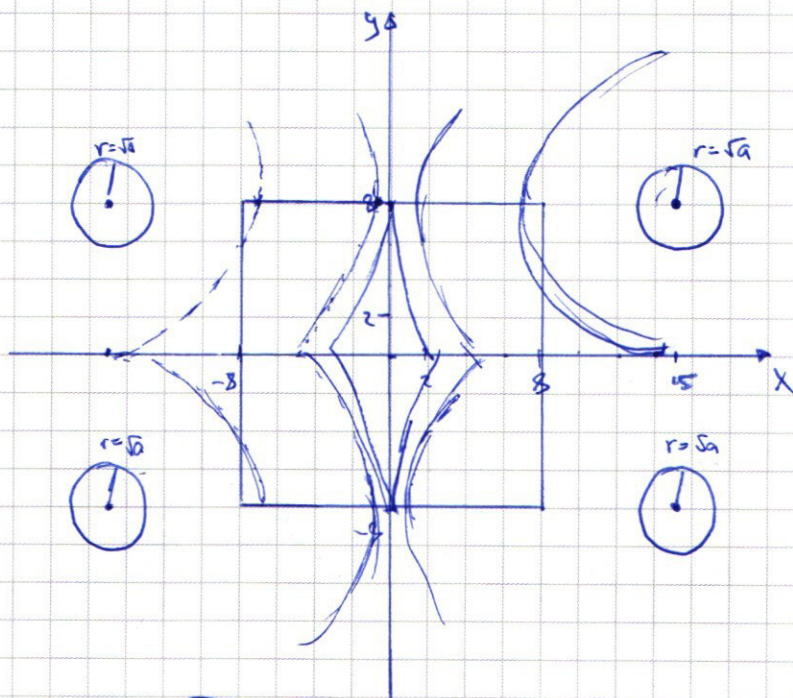
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. $(x-15)^2 + (y-8)^2 = a \rightarrow$ то

то же самое, что первую четверть $(x>0; y>0)$ график

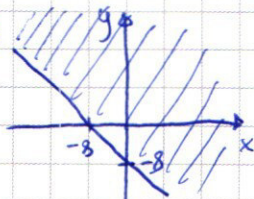
$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$ отразить по осям x и y симметрично, а



$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a \rightarrow$ то
окружность с центром в $(15, 8)$
и радиусом $5a$.

$4y + x + 8 \geq 0$

$y > -x - 8$



$y - x + 8 \geq 0$

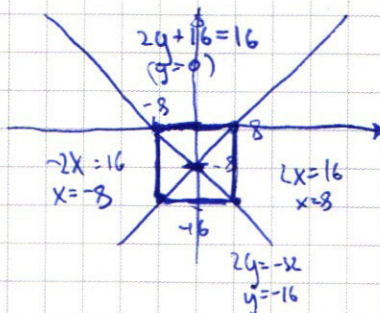
$y \geq x - 8$

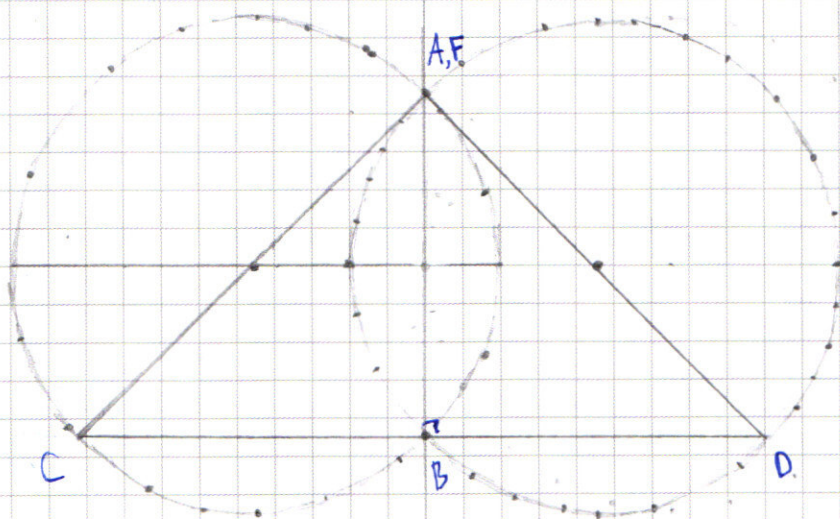


$\sqrt{a} = 15$

только
при $a = 225$

$2 \cdot 25 + 64 = 289 = 17^2$





$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{36 - (4 + \sqrt{2})^2}}{2} = \\ & = \frac{\sqrt{36 - (16 + 8\sqrt{2} + 2)}}{2} = \\ & = \frac{\sqrt{36 - 18 - 8\sqrt{2}}}{2} = \\ & = \frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(2-45^\circ) &= \cos\cos 45^\circ + \sin\sin 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos + \sin) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \right) = \\ &= \frac{2 \cdot 2}{6} + \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{4+\sqrt{2}}{6} = \frac{2+\frac{\sqrt{2}}{2}}{3} \\ v &= \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \end{aligned}$$

$r_H = 3$
 $r_N = 6$

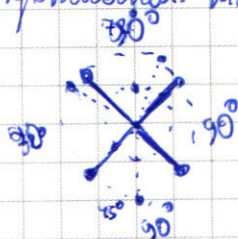
$$\omega_n = v_n / r_n = v_n / G$$

$$\omega_K = v_K / r_M = 2,5 v_H / r_M = \frac{2,5 v_H}{3} = \frac{5 v_H}{6}$$

$$\frac{\omega_k}{\omega_n} = \frac{5}{1}$$

• $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{1}$; $\tan \beta = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \Rightarrow$ они падают в диаметрально

противопол. точка.



$$0 + 5\omega_n t = \pi + \omega_n t.$$

$$\omega_{nt} = \omega_{nt} + 5\omega_{nt}$$

$$5\omega_{nt} - \omega_{nt} = \pi$$

$$S_{\omega_{nt}} = X_{nt} - \bar{X} + y$$

$$\omega_n t = \nu_y$$

$$4\omega_n f = \frac{2l}{\pi}$$

$$a_4 t = \frac{1}{4}$$

$$5\omega_{nt} = 2\pi + \omega_{nt} \quad \omega_{nt} = \frac{\pi}{2}$$